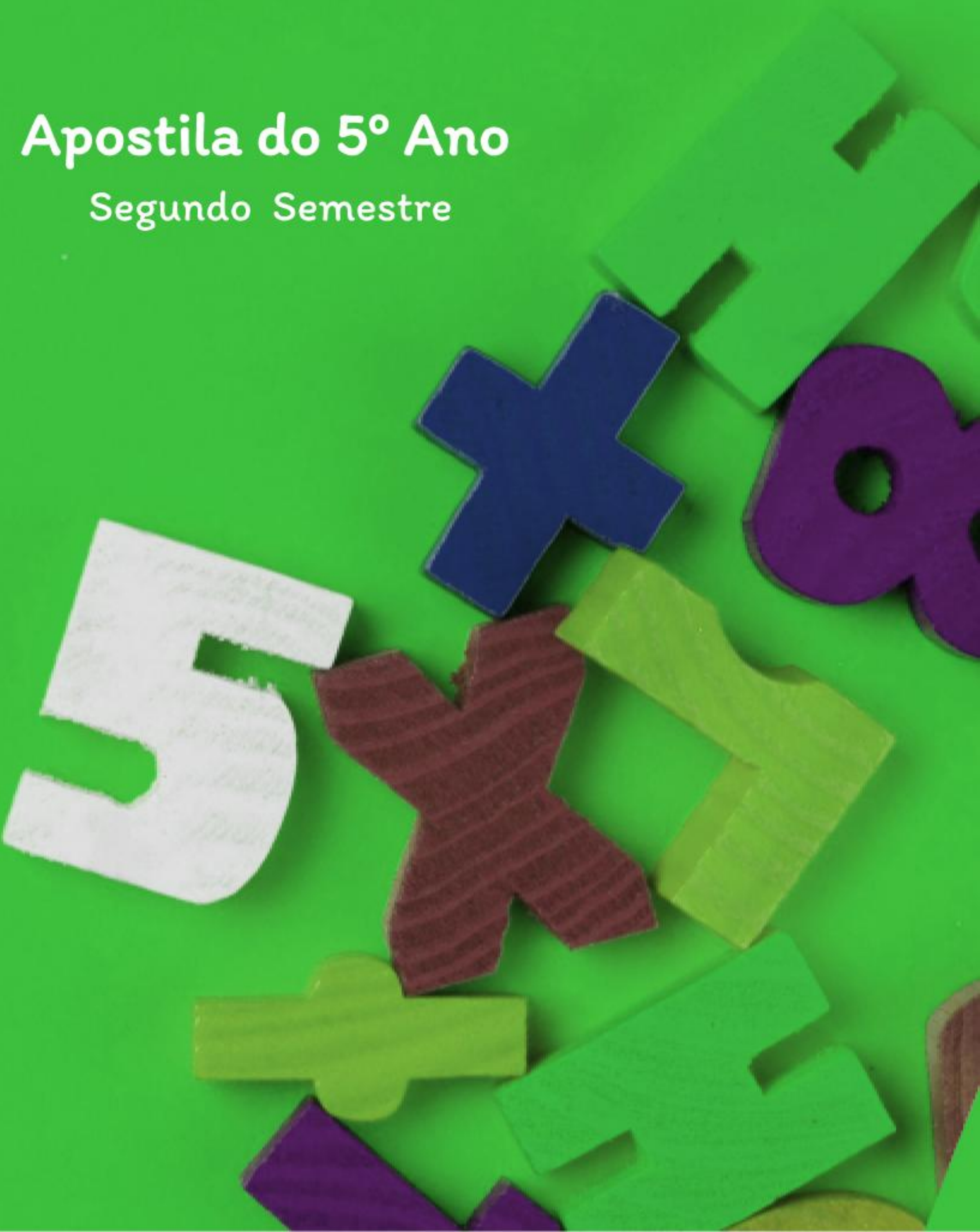
Prof. Vinicius Soares

A Matemática do Ensino Fundamental

Apostila do 5º Ano

Segundo Semestre



Prof. Vinícius Soares

A Matemática Do Ensino Fundamental

Apostila do 5º Ano

Segundo Semestre

Este livro pertence a:

____

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

S237m Santos, Vinícius Soares dos.
A Matemática do Ensino Fundamental: 5º Ano / Vinícius Soares dos Santos; ilustrador Marco Túlio Araújo Silva Lôbo. – Goiânia, GO: Ed. do Autor, 2023.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
ISBN 978-65-5872-409-4

1. Matemática – Estudo e ensino. I. Lôbo, Marco Túlio Araújo Silva. II. Título.

CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Conteúdo

2º semestre

- ✅ Revisões semanais;
- ✅ Exercícios complementares;
- ✅ Exercícios de vestibulares, concusos e olimpíadas;
- ✅ Avaliação por módulo;
- ✅ Orientações e gabarito

⚠

Observação: Os módulos de 01 a 04 encontram-se na apostila "A Matemática do Ensino Fundamental 5º Ano – 1º semestre".

Orientações ao aluno

Querido aluno, esta é a Apostila "A Matemática do Ensino Fundamental (AMEF)". Com ela, você encontrará tudo o que precisa para aprender matemática de maneira estruturada e eficiente. Cada conceito será apresentado de forma clara, com explicações, exemplos e exercícios que te ajudarão a entender e fixar o conteúdo com segurança, desenvolvendo, assim, seu intelecto e suas virtudes, de modo que encontre e defenda a **Verdade**.

Antes de iniciar seus estudos, faça sempre uma oração.

<u>**Sugestão:**</u>

> *"Inspirai, ó Deus, as nossas ações e ajudai-nos a realizá-las, para que em vós comece e em vós termine tudo aquilo que fizermos. Por Cristo nosso Senhor. Amém."*

Siga a ordem correta de estudos sugerida no "Livro do Professor".

Resolva os exercícios de modo claro e organizado. Isso treinará sua virtude da **ordem**. Não ignore os exercícios fáceis, pois eles irão aprimorar o seu **entendimento**. Não desista nos exercícios difíceis, pois eles irão aprimorar sua **perseverança**.

Sempre tenha **humildade** ao resolver um exercício, tanto para estar ciente de que é capaz, como para reconhecer que não sabemos tudo e sempre temos algo a aprender.

Não se canse nas repetições. Todo bom atleta, para chegar ao nível de excelência, passa por muitos treinos repetitivos.

Os estudos feitos com capricho irão educar seu intelecto e sua vontade, os principais atributos de sua alma.

Tenha certeza de que ser um jovem cada vez mais inteligente te fará cada vez mais feliz.

Bons estudos!

Professor Vinícius Soares

(Intencionalmente deixada em branco)

Módulo 05
Aula 01 – Definição de poligonal e polígonos I

Aquecimento

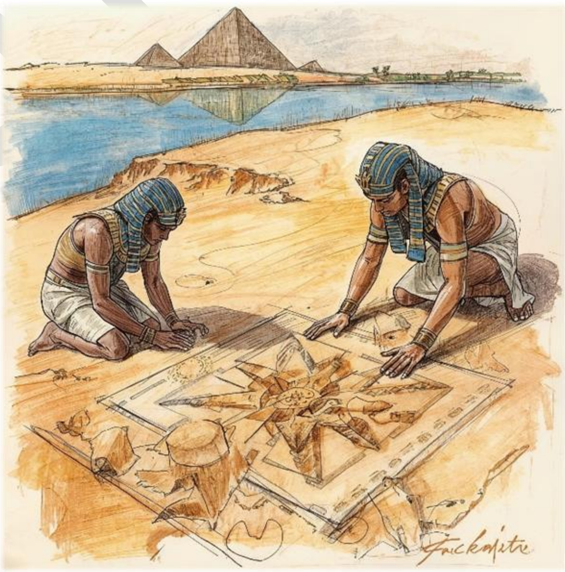
01. Como podemos definir um ângulo?

____

____

02. Qual a classificação de um ângulo de 90º? ______________________________

Um pouco de história



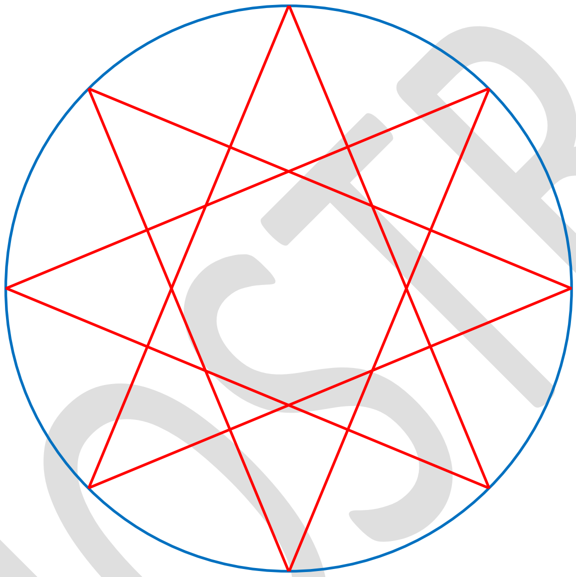
Antes de existirem provas, havia desenhos. Antes de Pitágoras sair medindo triângulos por aí, já existia um povo que gostava de linhas retas ligando pontos — os egípcios. Quando o Nilo transbordava, lá iam eles com cordas e estacas refazer os limites dos terrenos. Se hoje em dia uma cerca mal colocada dá briga entre vizinhos, imagine na beira do Nilo, com hipopótamos e tudo.

Essas linhas formavam figuras, contornos — o que mais tarde chamamos de **poligonais**. Os babilônios, sempre práticos, usavam essas formas para resolver problemas de terras e áreas, mas foi na Grécia que a coisa ficou filosófica: os gregos queriam saber o que era um "polígono regular", como dividir um círculo em partes iguais e, por que não, impressionar nas festas com um dodecágono.

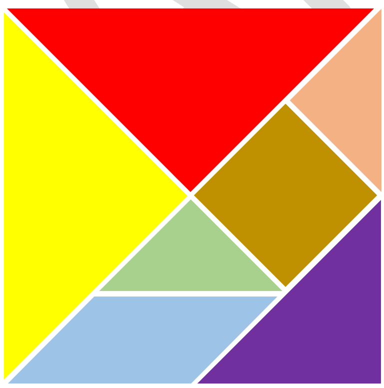
No livro *Rainha das Ciências*, Gardi aponta como a geometria ganhou seu trono não por ser prática, mas por ser pura. E Boyer lembra que quando Euclides escreveu *Os Elementos*, ele não estava apenas desenhando triângulos — estava erguendo os alicerces do pensamento lógico. E adivinha qual era a matéria–prima dele? Polígonos, claro!

Direto ao assunto

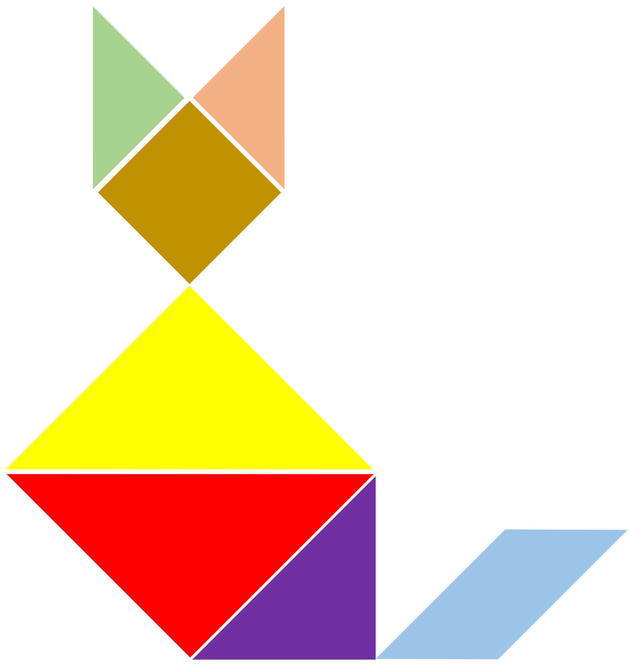
Você já parou para pensar na maravilha que é traçar linhas retas e, com elas, criar formas que encantam os olhos e desafiam a mente? É impressionante o que conseguimos fazer com alguns **segmentos de reta bem colocados**: desenhos elegantes, contornos precisos, figuras que parecem ter saído direto do compasso de um anjo geômetra. E quando essas linhas se unem, fechando caminhos e formando **formas planas bem definidas**, aí é que a mágica acontece mesmo. Não estamos só desenhando — estamos tocando uma das linguagens mais puras da criação.



Decagrama



Tangram



Gato formado com as peças do Tangram

Linhas planas

São linhas que estão contidas em um plano.

Exemplos:

Linha aberta

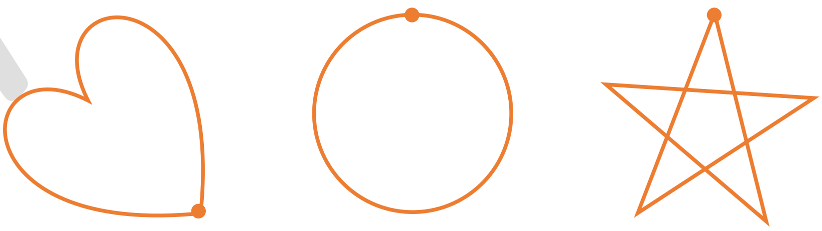
São linhas em que as extremidades não se coincidem.

Exemplos:

Linha fechada

São linhas em que as extremidades se coincidem.

Exemplos:



Linha simples

São linhas que não possuem cruzamentos.

Exemplos:

- **Linha não simples**

São linhas que possuem cruzamentos.

Exemplo:

- **O que é uma poligonal?**

Uma **poligonal** é toda linha formada apenas por segmentos de retas sucessivamente consecutivos e não colineares.

Exemplos:

Poligonal aberta e simples   Poligonal aberta e não simples   Poligonal fechada e simples

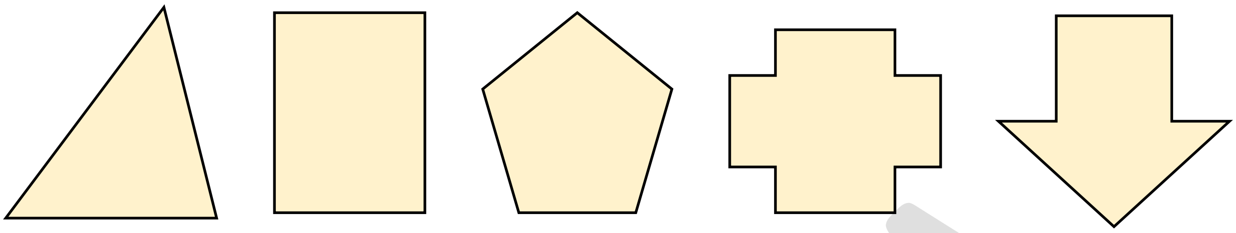
Nem toda poligonal forma um polígono — mas todo polígono nasce de uma poligonal.

- **O que é um polígono?**

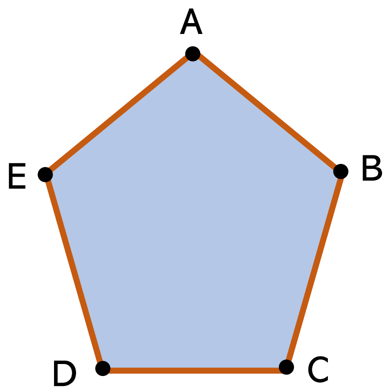
Etimologia: do grego *Póly* (vários) + *Gonía* (ângulos)

Um **polígono** é uma figura plana formada por uma **poligonal** **<u>fechada</u>** e **<u>simples</u>**, com sua região interna.

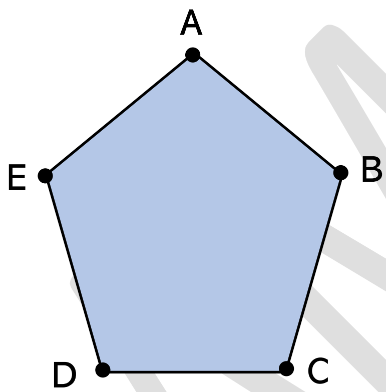
<u>Exemplos:</u>



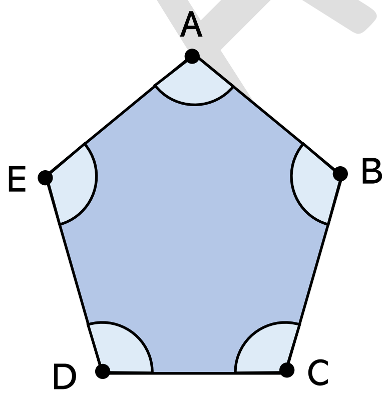
<u>Principais elementos de um polígono</u>



<u>Lados:</u> São todos os segmentos de reta que formam o polígono. Nesse nosso exemplo, são lados os segmentos $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}$ e $\overline{AE}$.



<u>Vértices:</u> A palavra "vértice" vem do latim *vertex*, que significa "ponto mais alto", "cume", "pico". Num polígono, o vértice é justamente o ponto de encontro entre dois lados do polígono. No nosso exemplo, são vértices os pontos A, B, C, D e E.

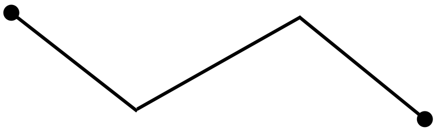


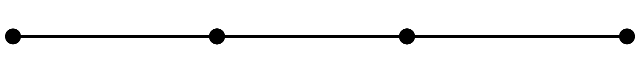
<u>Ângulos internos:</u> São formados pelo encontro de dois lados consecutivos do polígono, partindo de um mesmo vértice, cuja medida está contida no interior do polígono. Nesse nosso exemplo, são ângulos internos os ângulos $\widehat{A}, \widehat{B}, \widehat{C}, \widehat{D}$ e $\widehat{E}$.

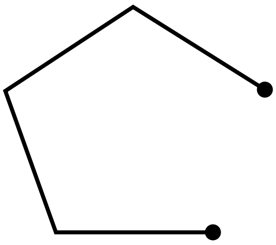
<u>Observação:</u> Em qualquer polígono, a quantidade de vértices é igual à quantidade de lados e igual à quantidade de ângulos internos.

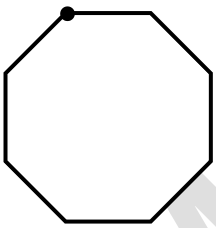
Exercícios de fixação

01. Assinale com um “x” os itens que representam uma poligonal:

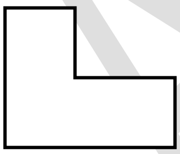
a) (   ) 

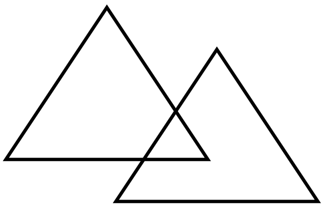
b) (   ) 

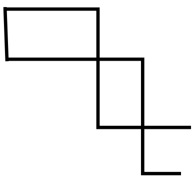
c) (   ) 

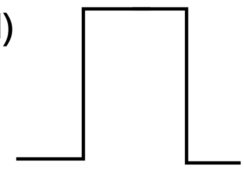
d) (   ) 

02. Classifique em aberta e simples, aberta e não simples, fechada e simples, fechada e não simples cada uma das poligonais abaixo:

a) 

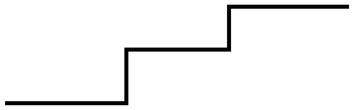
c) 

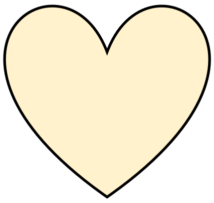
b) 

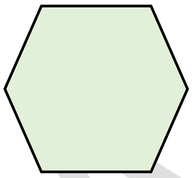
d) 

03. Identifique os polígonos nas figuras abaixo:

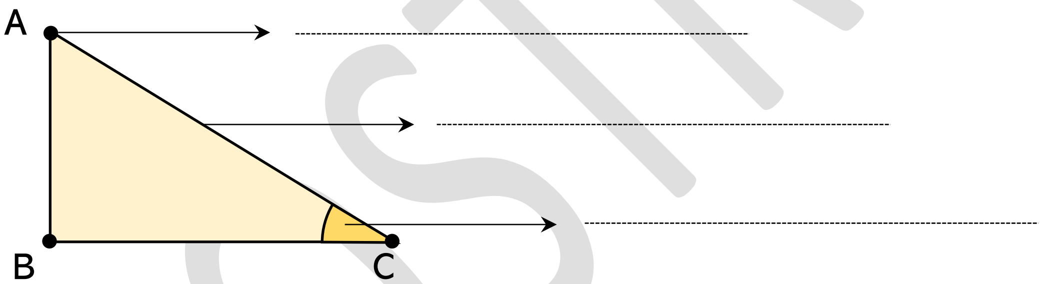
a) (   ) 

c) (   ) 

b) (   ) 

d) (   ) 

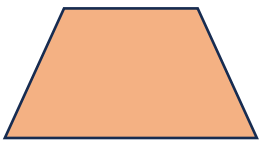
04. Observe o polígono abaixo e complete os espaços com a nomenclatura correta dos elementos indicados:



Exercícios complementares

01. Das figuras abaixo, qual é um polígono? Justifique sua resposta.

a) 

b) 

____

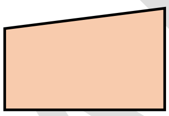
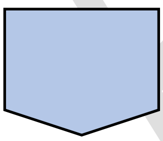
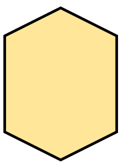
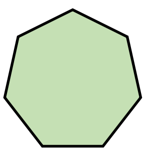
____

____

02. Desenhe, no espaço abaixo, um exemplo de poligonal aberta e simples, aberta e não simples, fechada e simples, fechada e não simples.

Aberta e simples	Aberta e não simples
Fechada e simples	Fechada e não simples

03. Complete a tabela de acordo com a quantidade de cada um de seus principais elementos.

Polígono	Número de lados	Número de vértices	Número de ângulos internos
			
			
			
			

04. Quais afirmativas abaixo são falsas? Reescreva-as de forma que as torne verdadeiras.

a) (   ) Poligonal é um conjunto de segmentos de retas consecutivos que pertencem à mesma reta.

____

____

b) (   ) As poligonais podem ser divididas em: abertas, fechadas, simples ou não simples.

____

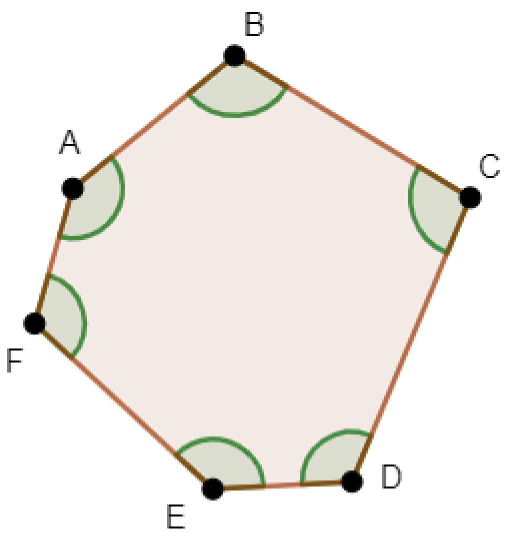
____

c) (   ) Uma poligonal aberta e simples com sua região interna é chamada de polígono.

____

____

05. Determine os vértices, os lados e os ângulos internos do polígono abaixo:



a) Vértices

____

b) Lados

____

c) Ângulos internos

____

Polígonos convexos e côncavos

Para entendermos melhor a classificação dos **polígonos** em convexos ou côncavos, vale retomarmos o conceito de **ângulos** convexos e côncavos, que estudamos no módulo 03 do primeiro semestre desta coleção.

Ângulo convexo: ângulo cuja medida é maior que 0° e menor que 180°.

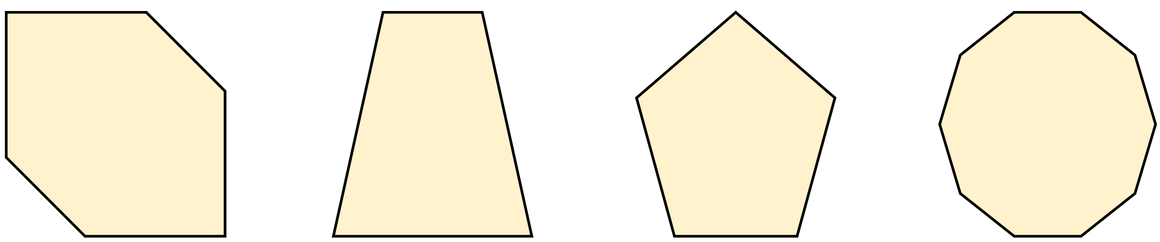
Ângulo côncavo: ângulo cuja medida é maior que 180° e menor que 360°.

Recordados dessas classificações dos ângulos, agora podemos não apenas classificar, mas também compreender melhor a classificação dos polígonos.

Polígono convexo

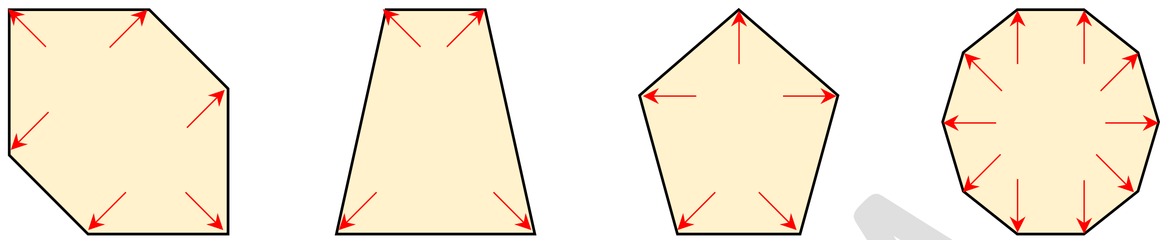
É o polígono em que **todos** os seus ângulos internos são convexos, ou seja, **todos** os seus ângulos internos são menores que 180°.

Exemplos:



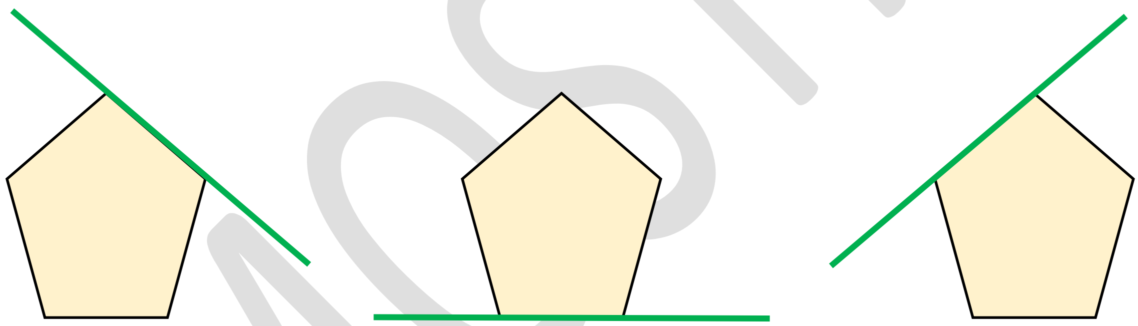
Além da definição formal, os polígonos convexos apresentam três características importantes que nos ajudam a reconhecê-los com mais facilidade.

Característica 1) Todos os seus vértices apontam para fora do polígono.



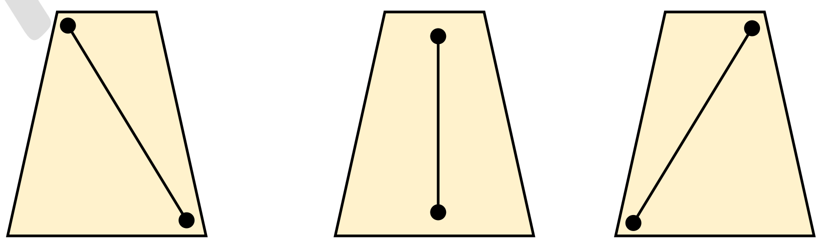
Característica 2) Ao traçarmos uma reta em **qualquer um** dos lados do polígono, ele permanece inteiramente contido em apenas um dos lados da reta – chamado de semiplano. Em outras palavras, a reta não divide o polígono em duas partes.

Exemplos:



Característica 3) Se ligarmos **qualquer par de pontos da região interna do polígono**, formando um segmento de reta, esse segmento **sempre** estará inteiramente contido na região interna do polígono.

Exemplos:



Exercícios complementares

01. As placas de trânsito abaixo representam polígonos.

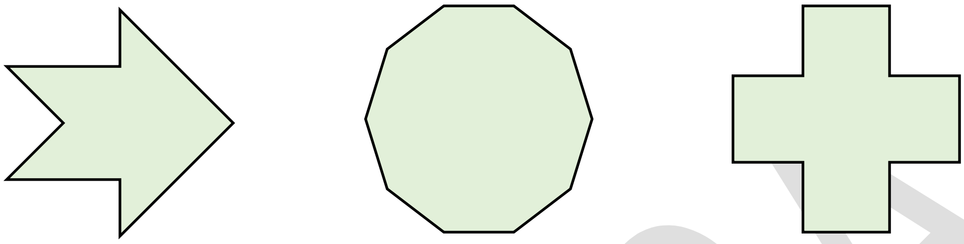
Quais polígonos são esses? ____.

02. Desenhe o que se pede, utilizando uma régua:

a) um quadrilátero:	b) um hexágono:
c) um pentágono:	d) um heptágono:

Aquecimento

01. Identifique e assinale com um "x" o polígono convexo.

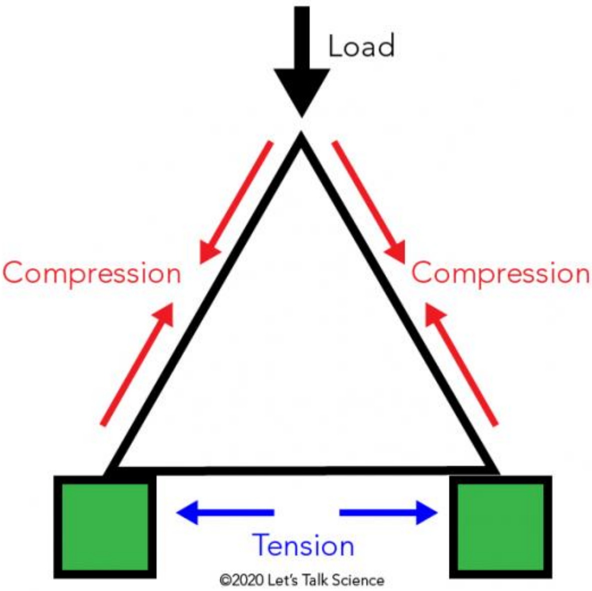


(   )   (   )   (   )

Um pouco de história

Vocês provavelmente já ouviram alguém dizer que o triângulo é uma das formas mais fortes que há. Mas por que será que ele é tão confiável em construções? Ao estudar sobre esse assunto, podemos descobrir algo muito interessante: a força do triângulo está na maneira como ele distribui a força quando um peso é aplicado sobre ele.

Quando uma carga empurra um dos vértices de um triângulo, essa força não se concentra em um único ponto. Ela se espalha pelos lados: dois lados ficam comprimidos e o terceiro é esticado.



Fonte: https://letstalkscience.ca/educational-resources/backgrounders/why-a-triangle-a-strong-shape

Essa combinação de **compressão** e **tensão** faz com que o triângulo permaneça firme e estável, sem se deformar facilmente — diferente de outras formas, como o quadrado.

É por isso que os engenheiros usam tantos triângulos em pontes, telhados e edifícios. As estruturas chamadas **treliças**, por exemplo, são formadas por várias combinações de triângulos. Cada triângulo ajuda a sustentar o outro, mantendo tudo equilibrado e seguro.

Depois de entenderem isso, vocês provavelmente vão começar a perceber triângulos por toda parte: em pontes, nos telhados das casas, nas estruturas metálicas de grandes construções. Mesmo sendo uma forma simples, o triângulo é essencial para garantir que tudo fique de pé, firme e bem construído.

Texto inspirado no artigo "Why is a Triangle a Strong Shape?", publicado pela Let's Talk Science (2020). Disponível em: https://letstalkscience.ca/educational-resources/backgrounders/why-a-triangle-a-strong-shape

Ponte da Paz – Tbilisi (Geórgia)

04. Sobre a bandeira abaixo, responda:

a) De qual país é essa bandeira? ____________________

____

b) Esse país possui três capitais. Quais são elas?

____

____

____

c) Qual o nome do polígono de cor preta? ____________________

d) Qual o nome do polígono de cor verde? ____________________

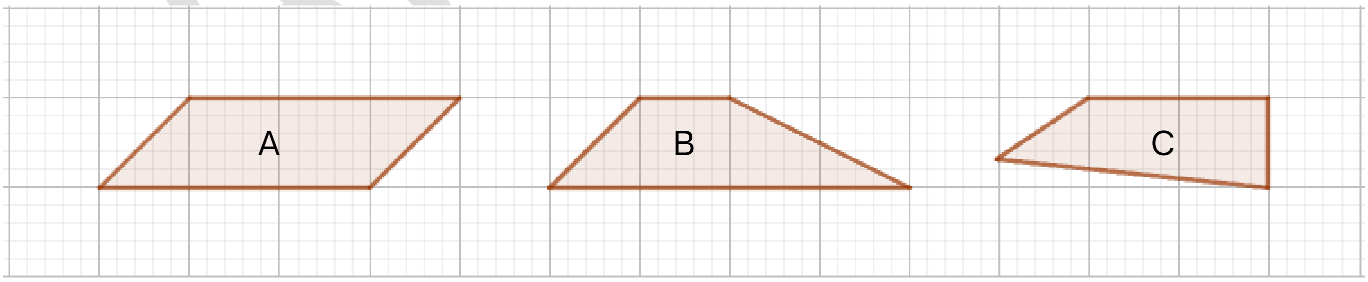
e) Qual a classificação dos quadriláteros vermelho e azul? ____________________

05. Que nome damos aos lados paralelos de um trapézio? ____________________

06. Julgue corretamente V ou F, sendo V para afirmações verdadeiras e F para falsas.

(   ) Todo trapézio é um quadrilátero.
(   ) Nem todo paralelogramo é um quadrilátero.
(   ) Todo paralelogramo é um quadrilátero.
(   ) Todo quadrilátero é um trapézio.

07. Observe a figura a seguir e responda:



Qual das figuras não é nem trapézio e nem paralelogramo? Justifique sua resposta.

____

____

07. Utilizando a malha quadriculada abaixo e uma régua, desenhe um retângulo e um quadrado.

08. Utilizando a malha quadriculada abaixo e uma régua, desenhe um trapézio.

09. Utilizando a malha quadriculada abaixo e uma régua, desenhe um losango.

10. Quais os nomes especiais dos polígonos pintados de verde e de amarelo na bandeira do Brasil?

____

____

____

Aquecimento

01. O que é uma fração?

____

02. Quais os nomes dos termos de uma fração?

____

03. Quais os nomes das três ordens da classe das unidades simples?

____

04. Faça a decomposição por ordens do número 5 637.

____

Um pouco de história

É difícil imaginar a matemática sem os números decimais. Eles aparecem em diversas situações: no dinheiro, nas medidas, nas receitas de bolo, na conta de luz... Mas nem sempre foi assim.

Durante séculos, os matemáticos e comerciantes usaram frações para representar partes de um todo. E isso funcionava bem — até certo ponto. O problema é que frações como 1/8 ou 5/16 não eram tão simples de operar. Além disso, os sistemas de numeração da Antiguidade, como o romano ou o babilônico, dificultavam ainda mais a escrita e o cálculo com números fracionários.

A virada começou com os matemáticos da **Índia**, que desenvolveram um sistema posicional com base 10 — o mesmo que usamos hoje — e com **um símbolo para o zero**. Esse sistema foi levado para o mundo árabe, e de lá para a Europa. A notação decimal começou a aparecer timidamente, mas foi ganhando força aos poucos.

Um dos primeiros passos importantes para o uso dos decimais veio com o matemático árabe **al-Uqlidisi**, no século X, que escreveu sobre frações decimais. Mas foi só muitos séculos depois que o sistema se popularizou na Europa.

O grande responsável por isso foi Simon Stevin, um matemático holandês do século XVI. Ele escreveu, em 1585, um livro chamado *De Thiende* ("O Décimo"), onde defendia o uso dos decimais no comércio, na engenharia e na ciência. Stevin afirmava que não fazia sentido ensinar frações como 1/2 ou 1/4 quando se podia simplesmente escrever 0,5 ou 0,25. Ele não usava ainda a vírgula decimal como fazemos hoje, mas a ideia já estava ali.

Com o tempo, os matemáticos foram adotando a **vírgula** (ou o **ponto**, em países de língua inglesa) para separar a parte inteira da parte decimal, e os números decimais foram se tornando padrão nas contas do dia a dia.

Hoje, usar decimais é tão natural que a gente quase esquece que eles são uma invenção. Uma invenção que levou séculos para ser aceita — e que mudou a história da matemática.

Referência:
BOYER, Carl B. *História da Matemática*. São Paulo: Ed. Edgard Blücher, 1996.

Direto ao assunto

Observe as imagens:

Como mencionado na seção "Um pouco de história", podemos observar os números decimais em diversas situações.

Tal como as frações, **os números decimais são utilizados para representar quantidades não inteiras**. Porém, quantidades bem específicas: as quantidades representadas por [frações decimais].

Frações decimais

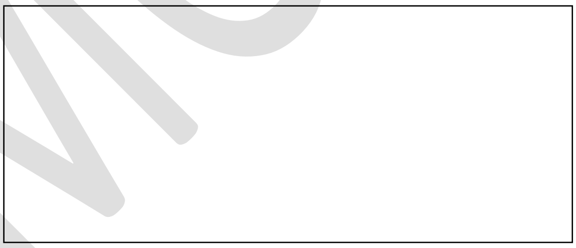
São frações cujo denominador é uma potência de base 10, ou seja, 10, 100, 1000, 10 000, e assim por diante.

$$\frac{1}{10} \quad \frac{2}{10} \quad \frac{3}{10} \quad \frac{4}{10} \quad \frac{5}{10} \quad \frac{6}{10} \quad \frac{7}{10} \quad \frac{8}{10} \quad \frac{9}{10}$$

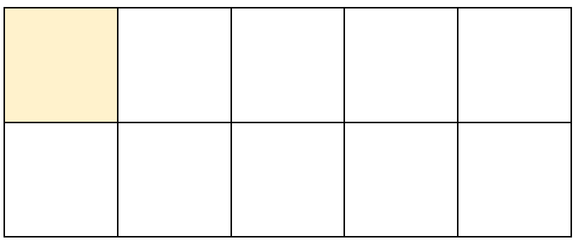
$$\frac{1}{100} \quad \frac{2}{100} \quad \frac{3}{100} \quad \frac{4}{100} \quad \frac{5}{100} \quad \frac{6}{100} \quad \frac{7}{100} \quad \frac{8}{100} \quad \frac{9}{100}$$

$$\frac{1}{1000} \quad \frac{2}{1000} \quad \frac{3}{1000} \quad \frac{4}{1000} \quad \frac{5}{1000} \quad \frac{6}{1000} \quad \frac{7}{1000} \quad \frac{8}{1000} \quad \frac{9}{1000}$$

Vamos considerar o retângulo:



Repartindo-o em dez partes iguais e tomando uma dessas partes, temos uma unidade da primeira ordem decimal: **a ordem dos décimos**.



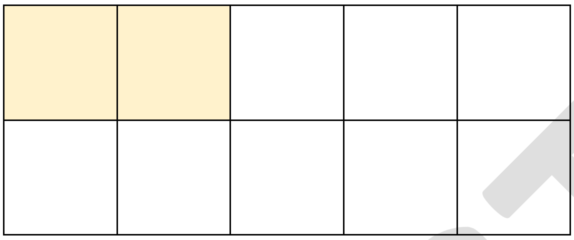
$$\frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10} = 0{,}1 \rightarrow \text{Um décimo}$$

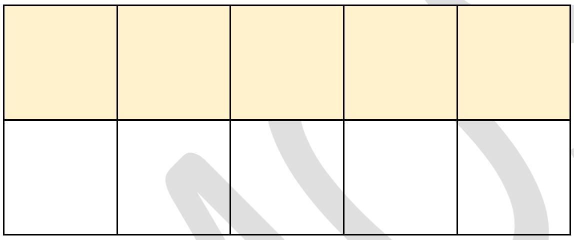
As leituras da fração 1/10 e do número decimal 0,1 são iguais.

O número decimal 0,1 indica que temos 0 inteiro e 1 décimo.

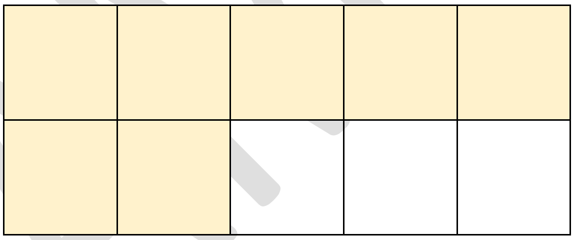
A **vírgula decimal** separa a parte inteira da parte decimal.[1]



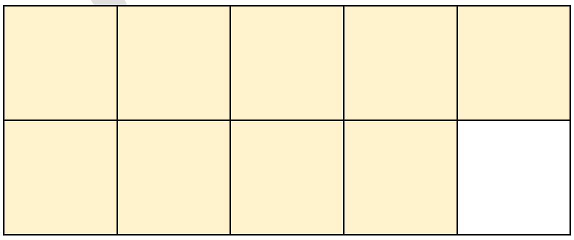
$$\frac{2}{10} = 0{,}2 \rightarrow \text{Dois décimos}$$



$$\frac{5}{10} = 0{,}5 \rightarrow \text{Cinco décimos}$$



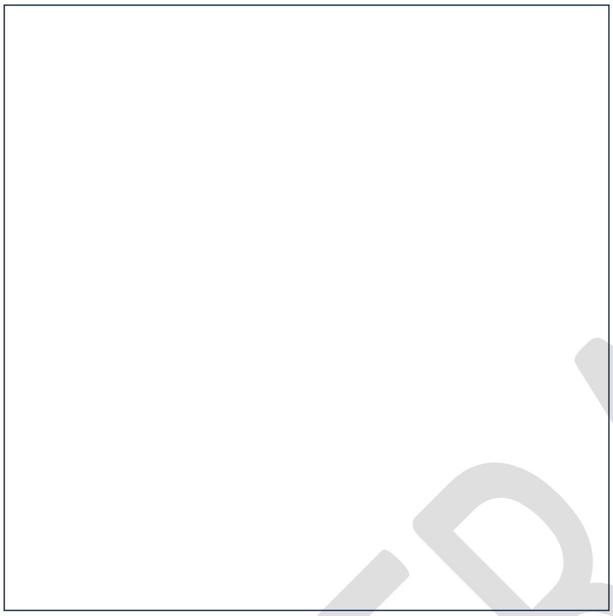
$$\frac{7}{10} = 0{,}7 \rightarrow \text{Sete décimos}$$



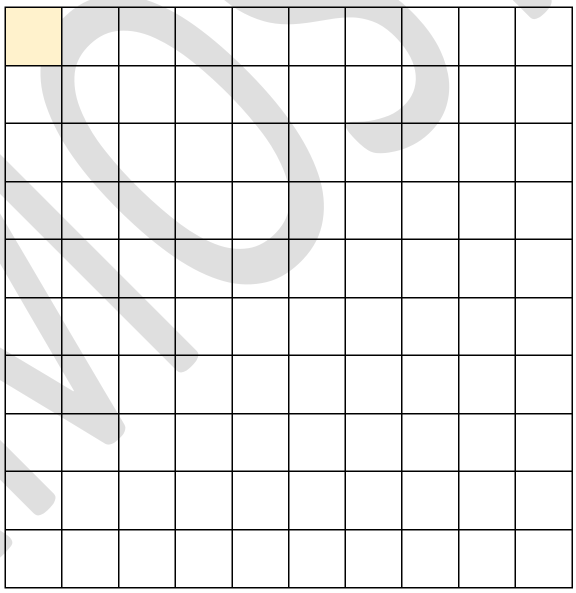
$$\frac{9}{10} = 0{,}9 \rightarrow \text{Nove décimos}$$

[1] Nos países de língua inglesa, utiliza-se o **ponto decimal**.

Agora, considere o quadrado:



Repartindo-o em cem partes iguais e tomando uma dessas partes, temos uma unidade da segunda ordem decimal: **a ordem dos centésimos**.

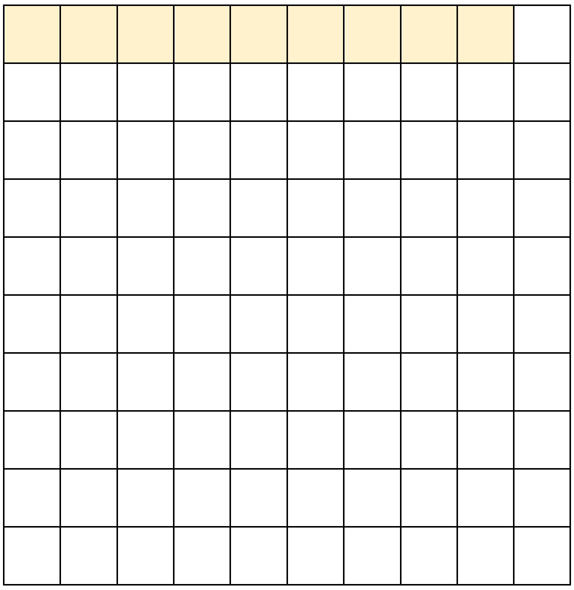


$$\frac{1}{100}$$

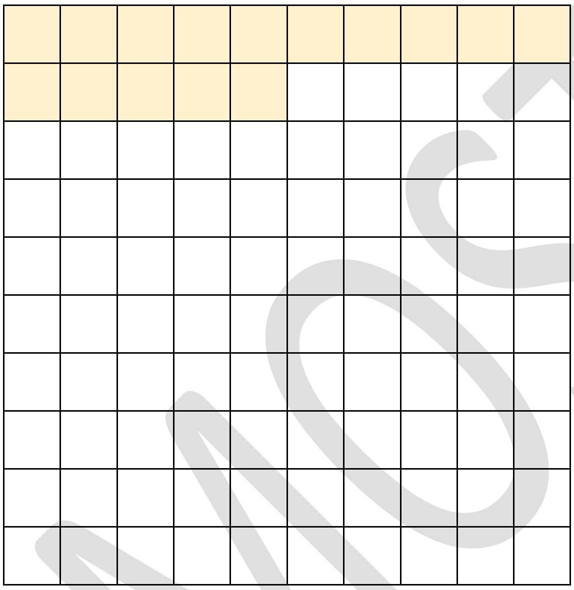
$$\frac{1}{100} = 0{,}01 \rightarrow \text{Um centésimo}$$

As leituras da fração 1/100 e do número decimal 0,01 são iguais.

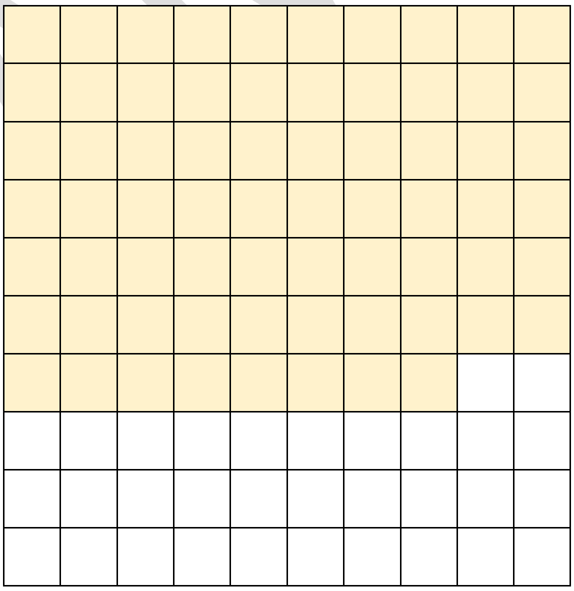
O número decimal 0,01 indica que temos 0 inteiro e 1 centésimo.



$$\frac{9}{100} = 0{,}09 \rightarrow \text{Nove centésimos}$$

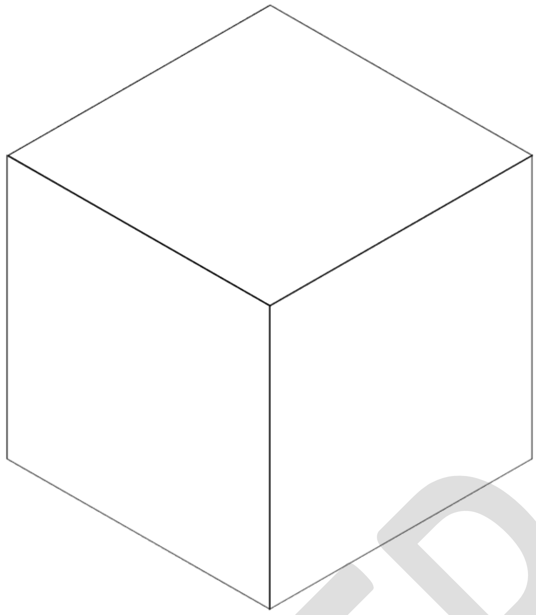


$$\frac{15}{100} = 0{,}15 \rightarrow \text{Quinze centésimos}$$

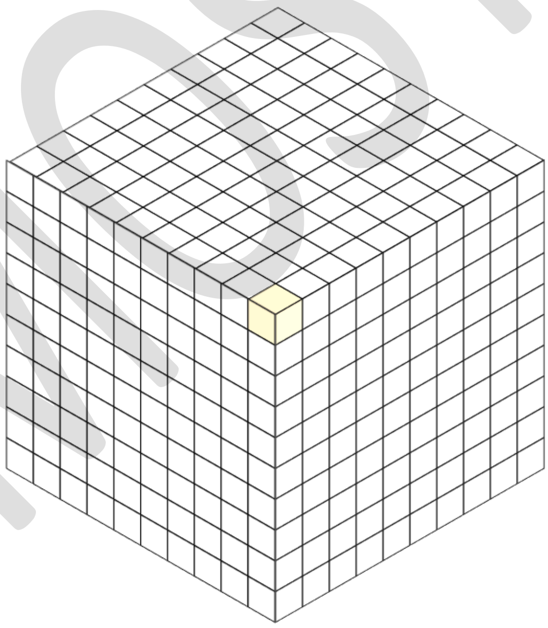


$$\frac{68}{100} = 0{,}68 \rightarrow \text{Sessenta e oito centésimos}$$

Por fim, considere o cubo:



Repartindo-o em mil partes iguais e tomando uma dessas partes, temos uma unidade da terceira ordem decimal: **a ordem dos milésimos**.



$$\frac{1}{1000}$$

$$\frac{1}{1000} = 0{,}001 \rightarrow \text{Um milésimo}$$

As leituras da fração 1/1000 e do número decimal 0,001 são iguais.

O número decimal 0,001 indica que temos 0 inteiro e 1 milésimo.

As três principais ordens decimais, no Quadro Valor de Lugar (QVL), ficam assim organizadas:

Centenas	Dezenas	Unidades		Décimos	Centésimos	Milésimos
C	D	U		d	c	m
		0	,	1		
		0	,	0	1	
		0	,	0	0	1

Leitura de um número decimal

Para lermos um número decimal, temos duas formas principais:

1) Leitura da parte inteira e decimal separadas;
2) Leitura da parte inteira e decimal juntas.

Exemplos: Parte inteira e decimal separadas.

a) 0,6 → Seis décimos

Centenas	Dezenas	Unidades		Décimos	Centésimos	Milésimos
C	D	U		d	c	m
		0	,	6		

b) 0,9 → Nove décimos
c) 0,4 → Quatro décimos
d) 0,8 → Oito décimos

e) 1,6 → Um inteiro e seis décimos

Centenas	Dezenas	Unidades		Décimos	Centésimos	Milésimos
C	D	U		d	c	m
		1	,	6		

f) 2,9 → Dois inteiros e nove décimos
g) 3,4 → Três inteiros e quatro décimos
h) 4,8 → Quatro inteiros e oito décimos

i) 0,04 → Quatro centésimos

Centenas	Dezenas	Unidades		Décimos	Centésimos	Milésimos
C	D	U		d	c	m
		0	,	0	4	

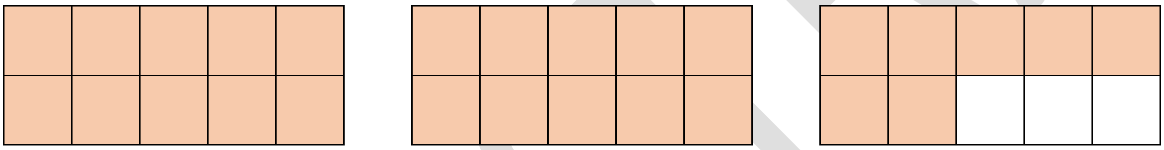
j) 0,07 → Sete centésimos
k) 0,17 → Dezessete centésimos
l) 0,59 → Cinquenta e nove centésimos
m) 3,01 → Três inteiros e um centésimo
n) 10,07 → Dez inteiros e sete centésimos
o) 12,17 → Doze inteiros e dezessete centésimos
p) 7,59 → Sete inteiros e cinquenta e nove centésimos
q) 0,002 → Dois milésimos
r) 0,023 → Vinte e três milésimos
s) 0,124 → Cento e vinte e quatro milésimos

t) 12,357 → Doze inteiros, trezentos e cinquenta e sete milésimos

Centenas	Dezenas	Unidades		Décimos	Centésimos	Milésimos
C	D	U		d	c	m
	1	2	,	3	5	7

Agora, observe:

Dois inteiros e sete décimos → 2,7.



$$\frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{7}{10}$$

O número decimal $2{,}7$ é correspondente à fração $2\frac{7}{10} = \frac{27}{10}$.

Portanto, para a nossa segunda forma, podemos realizar a leitura da parte inteira e decimal juntas.

Exemplos: Parte inteira e decimal juntas.

a) 2,7 → Vinte e sete décimos.
b) 3,28 → Trezentos e vinte e oito centésimos
c) 7,097 → Sete mil e noventa e sete milésimos

Valor posicional

Considere o número 31,777. Os valores posicionais dos algarismos decimais são:

a) 31,777 → 0,7 (sete décimos)
b) 31,777 → 0,07 (sete centésimos)
c) 31,777 → 0,007 (sete milésimos)

Decomposição

Para entendermos melhor cada ordem decimal, podemos fazer a decomposição dos números em suas ordens, de acordo com o valor posicional de cada uma delas.

a) 1,2 = 1 + 0,2
b) 3,28 = 3 + 0,2 + 0,08
c) 7,097 = 7 + 0,09 + 0,007
d) 21,25 = 20 + 1 + 0,2 + 0,05

Dinheiro

No nosso país, as partes decimais do nosso dinheiro utilizado, o real, é representado pelas **moedas**.

Já está padronizado utilizarmos duas casas decimais para dividirmos uma unidade inteira do nosso dinheiro, ou seja, dividimos uma unidade do nosso dinheiro em cem partes iguais.

R$ 0,01 → Um centésimo de real = Um centavo

R$ 0,01 → Um centavo
Significado: A centésima parte de um real
Um centésimo de real

R$ 0,05 → Cinco centavos
Significado: Cinco centésimos de real

R$ 0,10 → Dez centavos
Significado: Dez centésimos de real

R$ 0,25 → Vinte e cinco centavos
Significado: Vinte e cinco centésimos de real

R$ 0,50 → Cinquenta centavos
Significado: Cinquenta centésimos de real

Exemplos:

a) R$ 0,48 → Quarenta e oito centavos
b) R$ 1,97 → Um real e noventa e sete centavos

Observação:

R$ 0,7 → Sete décimos de real = R$ 0,70 → Setenta centavos

R$ 0,245 → Duzentos e quarenta e cinco milésimos de real.

R$ 3,999 → Três reais, novecentos e noventa e nove milésimos de real.

Exemplo de utilização de três casas decimais para o real: postos de gasolina.
Imagem meramente ilustrativa. Os preços não refletem valores atuais.

Exercícios complementares

01. O Colosso de Rodes foi uma enorme estátua religiosa erguida no século III a.C. Ela ficava em Rodes, uma ilha grega situada no mar Egeu, e representava Hélio, o deus Sol na mitologia grega. Tinha em torno de 70 côvados de altura. Devido ao seu tamanho descomunal, que impressionava os visitantes da ilha, a estátua entrou para a lista das Sete Maravilhas do Mundo Antigo. Pouco mais de cinco décadas após ser erguida, ela foi destruída por um terremoto provavelmente no ano de 226 a.C. Não restou um único pedaço de bronze ou pedra para contar a história.

Fonte: https://www.hipercultura.com/conheca-o-colosso-de-rodes-uma-das-maravilhas-do-mundo-antigo/
Acesso: 18/08/2023, 16h17. (Adaptado)

a) Pesquise, com três ordens decimais, qual é o valor de um côvado, em metros.

____

b) Qual operação deve ser realizada para transformar a altura da estátua do Colosso de côvados para metros?

____

c) O provável ano em que a estátua do Colosso foi destruída por um terremoto, como cita o trecho, se encontrava em qual século antes de Cristo?

____

02. Escreva com algarismos os números abaixo:

a) 7 unidades + 6 décimos + 1 centésimos + 8 milésimos = ________________

b) 1 dezena + 4 unidades + 3 centésimos + 9 milésimos = ________________

03. Qual número deve ser colocado no lugar de cada ponto de interrogação?

a) ? = 5 + 0,2 + 0,08 + 0,004 → ________________

b) ? = 3 + 0,07 + 0,007 → ________________

c) ? = 2 + 0,1 + 0,005 → ________________

Aquecimento

01. Escreva cinco números decimais que sejam maiores que 1 e menores que 2.

____

02. Transforme 3,2 para fração decimal.

Direto ao assunto

Júlia estava assistindo a uma propaganda na TV sobre promoções no mercado. De repente, apareceu um exemplo: “Se você comprar um suco por R$ 4,50 e uma barrinha de cereal por R$ 2,75, quanto vai pagar no total?”.

Ela ficou curiosa e chamou o pai para perguntar como poderia somar aqueles números com vírgula.

Júlia: Pai, como é que eu faço para somar números com vírgula, tipo 4,50 + 2,75? Não é diferente de somar inteiros?

Pai: Boa pergunta! Na verdade, não é tão diferente assim. Você vai usar o mesmo algoritmo vertical que já conhece para somar números inteiros.

Júlia: Mas e essa vírgula no meio?

Pai: Aí está o detalhe: você só precisa tomar cuidado para **alinhar as vírgulas decimais**. Assim, as unidades ficam embaixo das unidades, os décimos embaixo dos décimos, os centésimos embaixo dos centésimos…

Júlia: Ah, então é como se eu estivesse somando maçãs inteiras e também pedacinhos de maçã?

Pai: Exatamente! O que você já aprendeu vale aqui também. Só que, além das maçãs inteiras, agora nós somamos também os pedaços menores que uma unidade.

Júlia: Entendi! Então é só alinhar direitinho e somar coluna por coluna.

Pai: Isso mesmo!

Adição de números decimais

Como vimos no diálogo, para somar números decimais utilizamos o algoritmo vertical da adição. Para isso, é fundamental posicionar os números **de modo que as vírgulas decimais fiquem alinhadas**. Dessa forma, cada ordem ficará corretamente organizada: dezenas com dezenas, unidades com unidades, décimos com décimos, centésimos com centésimos, e assim por diante. Caso necessário, para igualar a quantidade de casas decimais, utilize a **propriedade geral dos números decimais**.

Exemplos:

a) 1,8 + 3,6 =

1) Posicionamos vírgula embaixo de vírgula;

2) Somamos os décimos: 8 + 6 = 14 décimos. Ficam 4 décimos, "sobe" uma unidade.

3) Somamos as unidades: 1 + 1 + 3 = 5 unidades.

Resposta: 5,4

$$\begin{array}{r} 1{,}8 \\ +\ 3{,}6 \\ \hline 5{,}4 \end{array}$$

b) 1,84 + 3,7 =

1) Posicionamos vírgula embaixo de vírgula;

2) Somamos os centésimos: 4 + 0 = 4 centésimos.

3) Somamos os décimos: 8 + 7 = 15 décimos. Ficam 5 décimos, "sobe" uma unidade.

4) Somamos as unidades: 1 + 1 + 3 = 5 unidades.

Resposta: 5,54

$$\begin{array}{r} 1{,}84 \\ +\ 3{,}70 \\ \hline 5{,}54 \end{array}$$

Propriedade geral dos números decimais:

3,7 = 3,70

c) 7,6 + 4 =

1) Posicionamos vírgula embaixo de vírgula;

2) Somamos os décimos: 6 + 0 = 6 décimos.

3) Somamos as unidades: 7 + 4 = 11 unidades.

Resposta: 11,6

$$\begin{array}{r} 7{,}6 \\ +\ 4{,}0 \\ \hline 11{,}6 \end{array}$$

Propriedade geral dos números decimais:

4 = 4,0

d) 128 + 1,28 =

1) Posicionamos vírgula embaixo de vírgula;

2) Somamos os centésimos: 0 + 8 = 8 centésimos.

3) Somamos os décimos: 0 + 2 = 2 décimos.

4) Somamos as unidades: 8 + 1 = 9 unidades.

5) “Descemos” as dezenas e a centena.

Resposta: 129,28

$$\begin{array}{r} 128{,}00 \\ +\ 1{,}28 \\ \hline 129{,}28 \end{array}$$

Propriedade geral dos números decimais:

128 = 128,00

<u>Observações:</u>

– A adição é **comutativa**; portanto, a ordem dos números no algoritmo pode ser invertida, se for conveniente;

– O uso da **propriedade geral dos números decimais** é opcional.

Adição de números decimais com cálculo mental

1) Soma de número inteiro com número decimal

i) Somamos a parte inteira;
ii) Repetimos a parte decimal.

Exemplos:

a) 7 + 5,78 = 7 + 5,78 = 12,78

Somamos a parte inteira;
Repetimos a parte decimal.

b) 9,129 + 27 = 9,129 + 27 = 36,129

Somamos a parte inteira;
Repetimos a parte decimal.

2) Soma de dois números decimais

Somamos da **esquerda** para a **direita**.

Exemplos:

a) 7,47 + 5,8 = 7,47 + 5,8 =

Somamos as unidades: 7 + 5 = 12
Antes de colocar o resultado, vamos verificar se haverá reagrupamento da soma na dos décimos.

7,47 + 5,8 = 7,47 + 5,8 = 13,27

Somamos os décimos: 4 + 8 = 12 décimos
"Sobe" 1 unidade, ficam 2 décimos.
12 unidades + 1 unidade = 13 unidades
Não teremos reagrupamento da soma na ordem dos centésimos. Já podemos escrever os 2 décimos.
"Descemos" os 7 centésimos.

b) 3,597 + 5,98 = 3,597 + 5,98 =

Somamos as unidades: 3 + 5 = 8
Antes de colocar o resultado, vamos verificar se haverá reagrupamento da soma na dos décimos.

3,597 + 5,98 = 3,597 + 5,98 = 9,

Somamos os décimos: 5 + 9 = 14 décimos
"Sobe" 1 unidade, ficam 4 décimos.
8 unidades + 1 unidade = 9 unidades
Teremos reagrupamento na ordem dos centésimos.

3,597 + 5,98 = 3,597 + 5,98 = 9,577

9 centésimos + 8 centésimos = 17 centésimos
"Sobe" 1 décimo, ficam 7 centésimos.
4 décimos + 1 décimo = 5 décimos
Não teremos reagrupamento da soma na ordem dos milésimos. Já podemos escrever os 7 centésimos.
Descemos os 7 milésimos.

Somas cujo resultado é igual a 1 inteiro.

Existem algumas somas cujo resultado é igual a 1 inteiro que são interessantes perceber com cálculo mental ou com memorização:

Exemplos:

a) 0,9 + 0,1 = 1

b) 0,2 + 0,8 = 1

c) 0,3 + 0,7 = 1

d) 0,4 + 0,6 = 1

e) 0,5 + 0,5 = 1

f) 0,09 + 0,91 = 1

g) 0,009 + 0,991 = 1

h) 0,95 + 0,05 = 1

i) 0,07 + 0,93 = 1

j) 0,06 + 0,94 = 1

k) 0,004 + 0,996 = 1

l) 0,9992 + 0,0008 = 1

2) Antônio mede 1,675 m de altura. Vinícius mede 1,81 m. Qual a medida, em metros, que Vinícius tem a mais de altura que Antônio?

<u>Solução:</u> O exercício envolve a ideia de **compararmos** quanto uma quantia tem a mais que outra. Para isso, devemos fazer a subtração entre a maior e a menor medida.

$$\begin{array}{r} 1{,}810 \\ -\ 1{,}675 \\ \hline 0{,}135 \end{array}$$

Propriedade geral dos números decimais:

1,81 = 1,810

<u>Resposta:</u> Vinícius tem 0,135 m a mais de altura que Antônio.

3) Quero percorrer 1000 metros em um dia. No período da manhã, percorri 322,35 m. No período da tarde, 314,789 m. Quantos metros ainda faltam para alcançar meu objetivo?

<u>Solução:</u> O exercício envolve a ideia de **completar** uma quantidade. Para isso, vamos seguir dois passos: somamos as quantidades já percorridas e subtraímos esse total da quantidade desejada, encontrando o que falta.

1° passo: Total percorrido

$$\begin{array}{r} 322{,}350 \\ +\ \ 314{,}789 \\ \hline 637{,}139 \end{array}$$

2° passo: Total restante

$$\begin{array}{r} 1000{,}000 \\ +\ \ 314{,}789 \\ \hline 362{,}861 \end{array}$$

<u>Resposta:</u> Faltam 362,816 m para alcançar meu objetivo.

Aquecimento

01. Efetue as operações utilizando cálculo mental.

1,4 + 2,6 =	3,6 – 2,9 =	3,2 × 3 =	7 ÷ 2 =

Direto ao assunto

Nesta lição, vamos aprender como os números decimais se comportam ao serem divididos por potências de 10 e também por números inteiros. Você perceberá que o posicionamento da vírgula segue padrões simples, que facilitam bastante o cálculo.

Divisão de números decimais por potências de base 10

Para dividirmos um número decimal por potências de base 10, basta deslocarmos a vírgula para a esquerda uma quantidade de ordens que seja equivalente à quantidade de zeros que possui a potência de base 10.

Exemplos:

a) 186,6 ÷ 10 = 18,66 → A vírgula se deslocou uma ordem para a esquerda.
b) 186,6 ÷ 100 = 1,866 → A vírgula se deslocou duas ordens para a esquerda.

c) 186,6 ÷ 1000 = 0,1866 → A vírgula se deslocou três ordens ordem para a esquerda. Nesse caso, foi necessário completar com um zero na ordem das unidades.

d) 186,6 ÷ 10000 = 0,01866 → A vírgula se deslocou quatro ordens ordem para a esquerda. Nesse caso, foi necessário completar com dois zeros, um na ordem dos décimos e outro na ordem das unidades.

Divisão mental por 5

Quando multiplicamos **dividendo** e **divisor** de uma divisão por um mesmo número inteiro que não seja zero, o resultado não se altera. A esse procedimento damos o nome de **divisão equivalente**.

Vamos usar essa ideia para facilitar a **divisão mental por 5**: multiplicando **dividendo e divisor por 2**, o divisor 5 passa a ser 10, e dividir por 10 é bem mais simples — basta deslocar a vírgula uma casa para a esquerda.

Exemplos:

1) Divisões com resultado inteiro:

a) $75 \div 5 =$

Dobramos, mentalmente, dividendo e divisor.

$$150 \div 10 = 15$$

b) $90 \div 5 = 180 \div 10 = 18$

c) $305 \div 5 = 610 \div 10 = 61$

d) $530 \div 5 = 1060 \div 10 = 106$

2) Divisões com resultado decimal:

a) $19 \div 5 =$

Dobramos, mentalmente, dividendo e divisor.

$$38 \div 10 = 3{,}8$$

b) $31 \div 5 = 62 \div 10 = 6{,}2$

c) $78 \div 5 = 156 \div 10 = 15{,}6$

d) $89 \div 5 = 178 \div 10 = 17{,}8$

Divisão de número decimal por número natural

Para dividir um número decimal por um número natural:

1) Efetuamos a divisão normalmente, como se não houvesse vírgula.

2) Acrescentamos a quantidade de casas decimais do dividendo ao quociente da divisão, deslocando a vírgula para a esquerda.

Exemplos:

a) 2,55 ÷ 5

2 5 5	5

1) Divisão das dezenas

2 5 5	5
0	5

2) Reagrupamento ("Desce")

2 5 5	5
0 5	5

3) Divisão das unidades

2 5 5	5
0 5	
0	51

Desconsiderando a vírgula, o quociente seria **51**, ou seja, não apresentaria nenhuma casa decimal. Como o dividendo possui **duas casas decimais**, precisamos **acrescentar** essas duas ao quociente:

2,55 ÷ 5 = 0,51

b) 3,3 ÷ 4

3 3	4

1) Divisão das unidades

3 3	4
1	8

2) Reagrupamento (“Desce”)

3 3	4
1 0	8,

3) Divisão dos décimos

3 3	4
1 0	
2	8,2

4) Reagrupamento (“Desce”)

3 3	4
1 0	
2 0	8,2

5) Divisão dos centésimos

3 3	4
1 0	
2 0	8,25
0	

Desconsiderando a vírgula, o quociente seria **8,25**, ou seja, apresentaria duas casas decimais. Como o dividendo possui **uma casa decimal**, precisamos **acrescentar mais uma** casa ao quociente:

3,3 ÷ 4 = 0,825

Para concluir, vamos praticar com alguns casos em que o quociente da divisão, desconsiderando a vírgula, já foi calculado.

Sua tarefa agora é apenas **ajudar a posição da vírgula no resultado**, somando ao número de casas decimais já presentes no quociente a quantidade de casas decimais do dividendo.

Exemplos:

a) 14,6 ÷ 4 → Desconsiderando a vírgula: 146 ÷ 4 = 36,5

O quociente 36,5 tem uma casa decimal. O dividendo tem uma casa decimal.

Resultado: 4,8 ÷ 6 = 3,65.

b) 34,2 ÷ 9 → Desconsiderando a vírgula: 342 ÷ 9 = 38

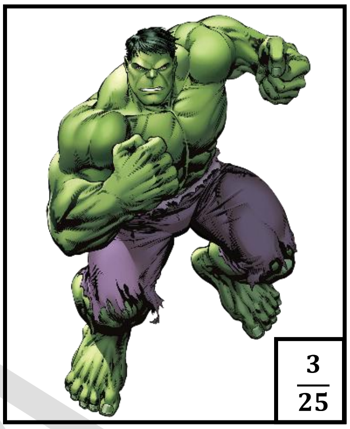
O quociente 38 não tem casas decimais. O dividendo tem uma casa decimal.

Resultado: ________________

✂ Recorte as figurinhas e cole no local correspondente na página 205.

$\frac{21}{25}$

$\frac{3}{20}$



$\frac{3}{25}$

$\frac{24}{25}$

$\frac{3}{10}$

$\frac{11}{20}$

$\frac{11}{50}$

$\frac{23}{25}$

$\frac{7}{20}$

Aquecimento

01. Transforme para porcentagem

0,08 =	0,8 =	0,008 =

Direto ao assunto

O cálculo de uma porcentagem de um todo requer que se recorde, primeiramente, o procedimento para determinar uma fração desse todo.

Fração de um todo (revisão)

Podemos calcular uma fração de um todo de duas maneiras:

1) Dividindo o todo pelo denominador e multiplicando o resultado pelo numerador;

2) Substituindo "de" por "×" e efetuando a multiplicação de frações decorrente.

Exemplo:

1° modo:

$$\frac{2}{5}\ de\ 70 = \underbrace{70 \div 5}\times 2$$
$$= \underbrace{14 \times 2}$$
$$= 28$$

2° modo:

$$\frac{2}{5}\ de\ 70 = \frac{2}{5}\times 70 = \frac{2}{5}\times\frac{70}{1} = \frac{140}{5} = 28$$

Ao dominar o cálculo de frações de um todo, dominamos igualmente o de porcentagens, já que estas podem ser convertidas em frações ou em números decimais.

Porcentagem de um todo

Podemos calcular uma porcentagem de um todo de três maneiras distintas:

1) Transformando a porcentagem em fração e, em seguida, calculando a fração do todo ao dividir o valor total pelo denominador e multiplicar o resultado pelo numerador;

2) Transformando a porcentagem em fração e, em seguida, calculando a fração do todo, substituindo "de" por "×" e efetuando a multiplicação de frações decorrente;

3) Transformando a porcentagem em número decimal e, igualmente, substituindo "de" por "×" e efetuando a multiplicação de números decimais decorrente.

Exemplos:

a) 24% de 800 =

1° modo:

$$24\% \; de \; 800 =$$

$$\frac{24}{100} \; de \; 800 = \underbrace{800 \div 100} \times 24$$

$$= \underbrace{8 \times 24}$$

$$= 192$$

2° modo:

$$24\% \; de \; 800 =$$

$$\frac{24}{\cancel{100}} \times 8\cancel{00} = \frac{24 \times 8}{1} = \frac{192}{1} = 192$$

3º modo:

$$24\%\ de\ 800 = 0{,}24 \times 800$$

Suprimindo os dois zeros do 800 e deslocando a vírgula de 0,24 duas casas para a direita, temos:

$$24\%\ de\ 800 = 0{,}24 \times 800 = 24 \times 8 = 192$$

Nos exemplos a seguir, adotaremos apenas um dos métodos de resolução, aquele que considerarmos mais conveniente em cada caso. Contudo, não existe um único modo correto: os três são igualmente válidos. Cabe ao aluno escolher aquele que lhe parecer mais adequado, seja em função das características do problema, seja conforme a segurança que adquiriu em determinado método.

b) $36\%\ de\ 500 =$

$$\frac{36}{1\cancel{00}} \times 5\cancel{00} = 36 \times 5 = 180$$

c) $36\%\ de\ 80 =$

$$\frac{36}{10\cancel{0}} \times 8\cancel{0} = \frac{36}{10} \times 8 = \frac{36 \times 8}{10} = \frac{288}{10} = 28{,}8$$

Cálculo mental

1% de um todo é o todo dividido em 100 partes iguais, pois 100 ÷ 100 = 1. Assim:

Calcular 1% de um todo é o mesmo que dividir o todo por 100.

Exemplo: 1% de 700 **é o mesmo que** 700 ÷ 100 = 7.

5% de um todo é o todo dividido em 20 partes iguais, pois 100 ÷ 20 = 5. Assim:

Calcular 5% de um todo é o mesmo que dividir o todo por 20.

Exemplo: 5% de 120 **é o mesmo que** 120 ÷ 20 = 6.

10% de um todo <u>é o todo dividido em 10 partes iguais</u>, pois 100 ÷ 10 = 10. Assim:

Calcular 10% de um todo é o mesmo que dividir o todo por 10.

<u>Exemplo:</u> 10% de 84 **<u>é o mesmo que</u>** 84 ÷ 10 = 8,4.

20% de um todo <u>é o todo dividido em 5 partes iguais</u>, pois 100 ÷ 5 = 20. Assim:

Calcular 20% de um todo é o mesmo que dividir o todo por 5.

<u>Exemplo:</u> 20% de 15 **<u>é o mesmo que</u>** 15 ÷ 5 = 3.

25% de um todo <u>é o todo dividido em 4 partes iguais</u>, pois 100 ÷ 4 = 25. Assim:

Calcular 25% de um todo é o mesmo que dividir o todo por 4.

<u>Exemplo:</u> 25% de 32 **<u>é o mesmo que</u>** 32 ÷ 4 = 8.

50% de um todo <u>é o todo dividido em 2 partes iguais</u>, pois 100 ÷ 2 = 50. Assim:

Calcular 50% de um todo é o mesmo que dividir o todo por 2.

<u>Exemplo:</u> 50% de 458 **<u>é o mesmo que</u>** 458 ÷ 2 = 229.

Observação: O cálculo de uma porcentagem de um todo é uma multiplicação. Como a multiplicação é comutativa, logo, a porcentagem de um todo também apresenta essa propriedade.

Exemplos:

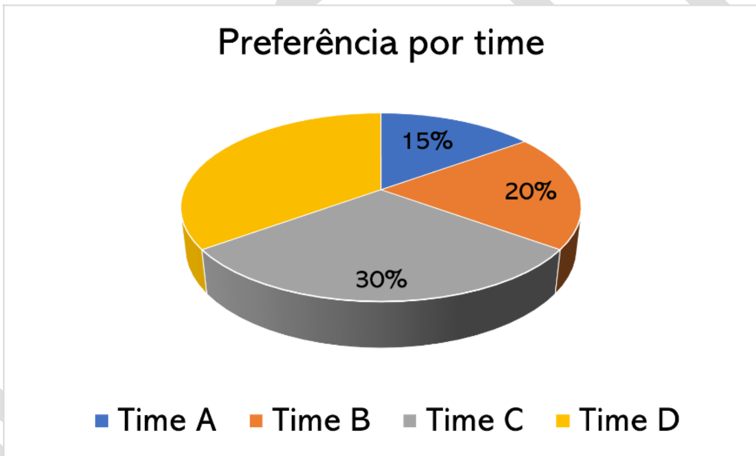
a) 13% de 50 **é o mesmo que** 50% de 13 = 13 : 2 = 6,5

b) 28% de 25 **é o mesmo que** 25% de 28 = 28 : 4 = 7

c) 38,4% de 10 **é o mesmo que** 10% de 38,4 = 38,4 : 10 = 3,84

Problemas

01. Para uma pesquisa com 1200 pessoas sobre a preferência entre 4 times, foi obtido o seguinte gráfico:



Quantas pessoas dessa pesquisa têm preferência pelo time D?

Solução: Se 15% têm preferência pelo time A, 20% pelo time B e 30% pelo time C, então, a porcentagem do todo que tem preferência pelo time D é:

$$15\% + 20\% + 30\% = 65\%$$

$$100\% - 65\% = 35\%$$

Calculando 35% do todo, ou seja, de 1200, temos:

$$35\% \ de \ 1200 = 0{,}35 \times 1200 = 35 \times 12 = 420$$

Resposta: 420 pessoas dessa pesquisa têm preferência pelo time D.

02. Para um evento, foram disponibilizados 1760 ingressos. Até um dia antes do evento, 75% dos ingressos tinham sido vendidos. Quantos ingressos foram vendidos até um dia antes do evento?

Solução:

$$75\%\ de\ 1760 = 0{,}75 \times 1760 = 7{,}5 \times 176 = 1320$$

Resposta: Foram vendidos 1320 ingressos até um dia antes do evento.

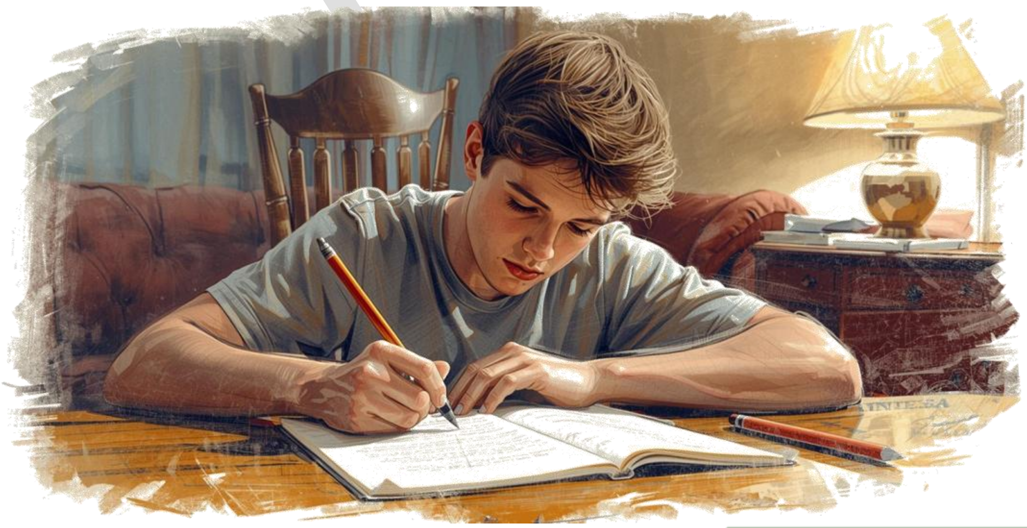
03. Em um auditório com 700 pessoas, 17% delas usam óculos. Quantas pessoas nesse auditório não usam óculos?

Solução: Se 17% das pessoas do auditório usam óculos, então 83% delas não usam óculos.

$$83\%\ de\ 700 = \frac{83}{1\cancel{00}} \times 7\cancel{00} = 83 \times 7 = 581$$

Resposta: 581 pessoas nesse auditório não usam óculos.

Reforçamos que nos problemas resolvidos acima, optamos pelo método de resolução que se mostrou mais conveniente a cada caso. No entanto, não há um único procedimento correto: os três métodos apresentados são igualmente válidos, cabendo ao aluno escolher aquele que considerar mais adequado, de acordo com as características do problema e com a segurança que tiver adquirido em determinado método.



"Estuda com afinco, cumpre o teu dever, só assim poderás ser feliz."

Sergio Morselli

Aquecimento

01. Calcule a área de um paralelogramo cuja base mede 5 cm e a altura mede 18 cm a mais que a base.

____

Direto ao assunto

A massa é uma grandeza física que indica a quantidade de matéria de um corpo. Sua unidade de medida no Sistema Internacional é o **quilograma** (kg).

Até maio de 2019, o quilograma era definido por um objeto físico, o Protótipo Internacional do Quilograma (IPK – International Prototype Kilogram).

International Prototype Kilogram

Nos dias de hoje, o quilograma está definido pelo "experimento da balança de watt", que trabalha com o equilíbrio entre a força da gravidade compensada por uma força eletromagnética.

Unidades de medida de massa

Apesar de, no Sistema Internacional, o quilograma ser a unidade de referência, podemos imaginar o **grama** como referência central e organizar seus múltiplos e submúltiplos de modo análogo às unidades de medida de comprimento e superfície.

Múltiplos

Unidade	Símbolo
Quilograma	kg
Hectograma	hm
Decagrama	dag

Submúltiplos

Unidade	Símbolo
Decigrama	dg
Centigrama	cg
Miligrama	mg

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg

Observações:

1) Grama, como unidade de medida, é substantivo masculino. Portanto, o correto é dizer "o grama", "trezentos gramas", entre outros;

2) Na linguagem técnica, o correto é dizer que "fulano tem 80 quilogramas de massa", e não "fulano pesa 80 quilos";

3) Uma tonelada (t) equivale a 1000 kg. É muito utilizada em processos de transporte, construção civil, agricultura, entre outros;

4) Um arroba equivale, aproximadamente, a 15 kg. É muito utilizado para quantificar a massa de produtos agrícolas e das carcaças do gado (carne e ossos).