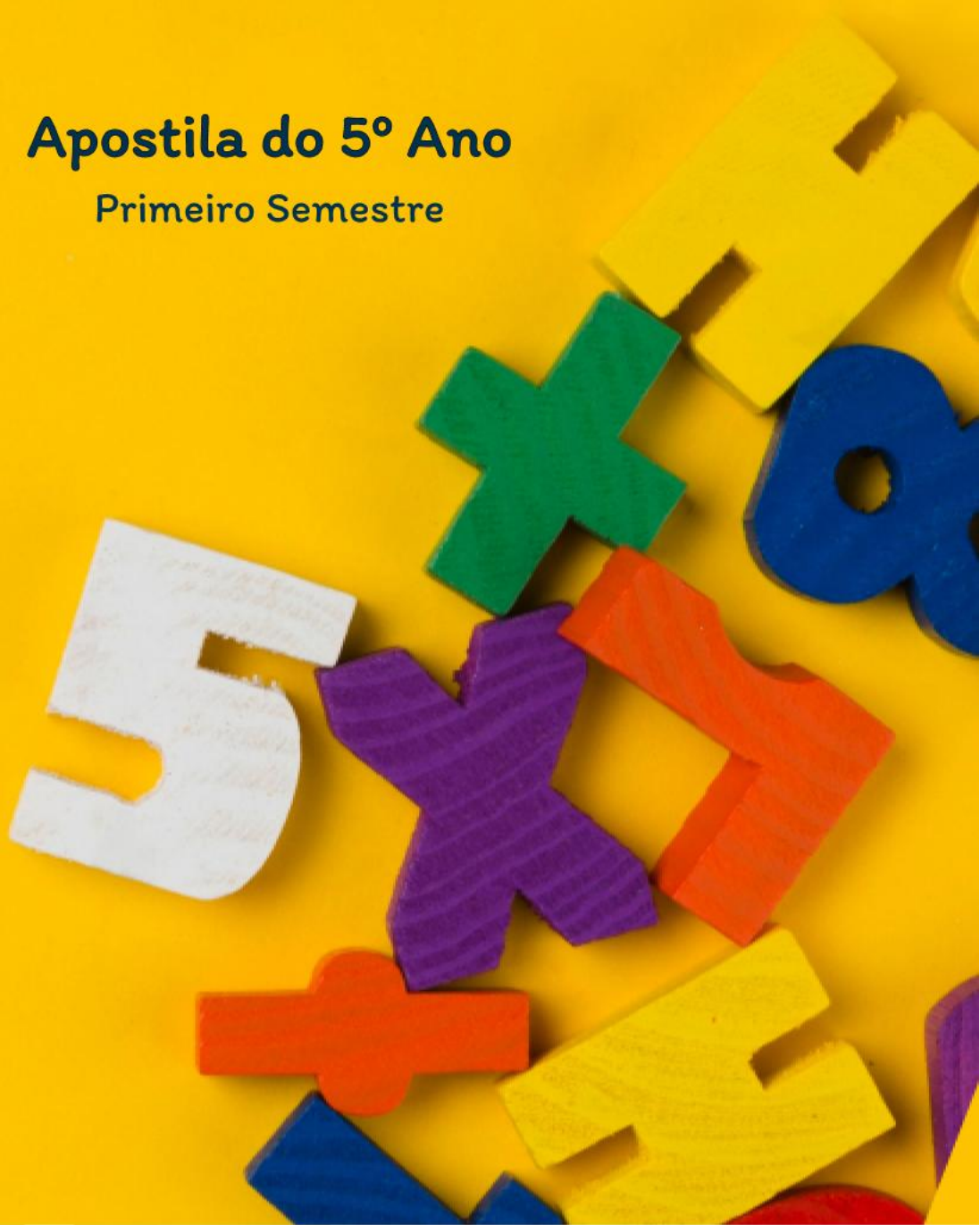


Prof. Vinicius Soares

# A Matemática do Ensino Fundamental

Apostila do 5º Ano

Primeiro Semestre



Prof. Vinicius Soares

# **A Matemática Do Ensino Fundamental**

**Apostila do 5º Ano**

**Primeiro Semestre**

Este livro pertence a:

---

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)**

S237m Santos, Vinícius Soares dos.  
A Matemática do Ensino Fundamental: 5º Ano / Vinícius Soares dos Santos; ilustrador Marco Túlio Araújo Silva Lôbo. – Goiânia, GO: Ed. do Autor, 2023.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

ISBN 978-65-5872-409-4

1. Matemática – Estudo e ensino. I. Lôbo, Marco Túlio Araújo Silva. II. Título.

CDD 510.7

**Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422**

AMOSTRA

## Conteúdo

### Módulo 01 – Sistemas de numeração e operações

1. Sistema de numeração egípcio
2. Sistema de numeração babilônico
3. Sistema de numeração romano
4. Sistema indoarábico
5. Adição
6. Subtração
7. Tabuada
8. Multiplicação
9. Multiplicação mental
10. Divisão
11. Divisão mental
12. Resolvendo problemas
13. Expressões Numéricas

### Módulo 02 – Múltiplos e divisores

1. Divisores de um número natural
2. Múltiplos de um número natural
3. Números primos
4. Critérios de divisibilidade
5. Decomposição em fatores primos
6. Mínimo múltiplo comum
7. Máximo divisor comum

### Módulo 03 – Geometria: conceitos iniciais

1. Ponto, reta e plano
2. Reta, posições
3. Semirreta e segmento
4. Ângulo: definição e medida
5. Ângulo: classificação
6. Medindo um ângulo

### Módulo 04 – Frações e operações

1. Definição de frações
2. Fração de um todo e problemas
3. Classificação de frações
4. Fração Mista
5. Frações Equivalentes
6. Simplificação
7. Redução de frações ao mesmo denominador
8. Comparação de frações
9. Adição e Subtração de Frações
10. Multiplicação de frações
11. Multiplicação de frações e problemas
12. Multiplicação de frações e simplificação
13. Divisão de frações
14. Problemas de adição de frações
15. Problemas de subtração de frações
16. Problemas de multiplicação de frações
17. Problemas de divisão de frações

- ✓ Revisões semanais;
- ✓ Exercícios complementares;
- ✓ Exercícios de vestibulares, concursos e olimpíadas;
- ✓ Avaliação por módulo;
- ✓ Livro do professor com orientações e gabarito.

AMOSTRA

(Intencionalmente deixada em branco)

## Orientações ao aluno

Querido aluno, esta é a Apostila “A Matemática do Ensino Fundamental (AMEF)”. Com ela, você encontrará tudo o que precisa para aprender matemática de maneira estruturada e eficiente. Cada conceito será apresentado de forma clara, com explicações, exemplos e exercícios que te ajudarão a entender e fixar o conteúdo com segurança, desenvolvendo, assim, seu intelecto e suas virtudes, de modo que encontre e defenda a **Verdade**.

**Antes de iniciar seus estudos, faça sempre uma oração.**

**Sugestão:**

*"Inspirai, ó Deus, as nossas ações e ajudai-nos a realizá-las, para que em vós comece e em vós termine tudo aquilo que fizermos.  
Por Cristo nosso Senhor. Amém."*

Siga a ordem correta de estudos sugerida no “Livro do Professor”.

Resolva os exercícios de modo claro e organizado. Isso treinará sua virtude da **ordem**. Não ignore os exercícios fáceis, pois eles irão aprimorar o seu **entendimento**. Não desista nos exercícios difíceis, pois eles irão aprimorar sua **perseverança**.

Sempre tenha **humildade** ao resolver um exercício, tanto para estar ciente de que é capaz, como para reconhecer que não sabemos tudo e sempre temos algo a aprender.

Não se canse nas repetições. Todo bom atleta, para chegar ao nível de excelência, passa por muitos treinos repetitivos.

Os estudos feitos com capricho irão educar seu intelecto e sua vontade, os principais atributos de sua alma.

Tenha certeza de que ser um jovem cada vez mais inteligente te fará cada vez mais feliz.

Bons estudos!

*Professor Vinicius Soares*

AMOSTRA

(Intencionalmente deixada em branco)

Aquecimento

01. Escreva, utilizando algarismos, o número correspondente a:

Um bilhão oitenta mil e sete: \_\_\_\_\_

02. Faça a composição do número formado por:

7 centenas, 12 dezenas e 19 unidades: \_\_\_\_\_

03. Calcule mentalmente:

$32 + 28 =$

$65 - 12 =$

$7 \times 9 =$

$44 \div 4 =$

Um pouco de história

“**Sesóstris**... repartiu o solo do Egito entre seus habitantes... Se o rio levava qualquer parte do lote de um homem ... o rei mandava pessoas para examinar e determinar por medida a extensão exata da perda... Por esse costume, eu creio, é que a geometria veio a ser conhecida no Egito, de onde passou para a Grécia.”  
(Heródoto – 485 a.C. a 425 a.C.)

Heródoto, historiador e geógrafo grego, visitou o Egito por volta de 450 a.C. Segundo ele, a geometria teria se originado no Egito, devido à necessidade de remarcar terras depois da enchente anual das margens do rio Nilo.

No século XIX, Jean-François Champollion e seus contemporâneos conseguiram decifrar a numeração hieroglífica egípcia.



## Direto ao assunto

Por que estudar um sistema de numeração? Talvez você já deva ter feito essa pergunta, afinal, a essa altura, você já consegue escrever qualquer número que se possa precisar.

Sendo assim, lhe darei quatro motivos para que se convença da importância de iniciar seus estudos com esse fascinante conteúdo:

1) Mesmo que você já tenha estudado sobre sistemas de numeração, quanto mais conheço sobre um assunto, melhor eu o entendo e menos chance tenho de esquecê-lo;

2) A base de uma boa educação é a virtude da  **piedade**, ou seja, o respeito que devemos a Deus, a nossos pais e aos nossos sábios antepassados. Sendo assim, podemos entender a dor desses povos antigos e admirar sua inteligência, mesmo diante de tão poucos recursos;

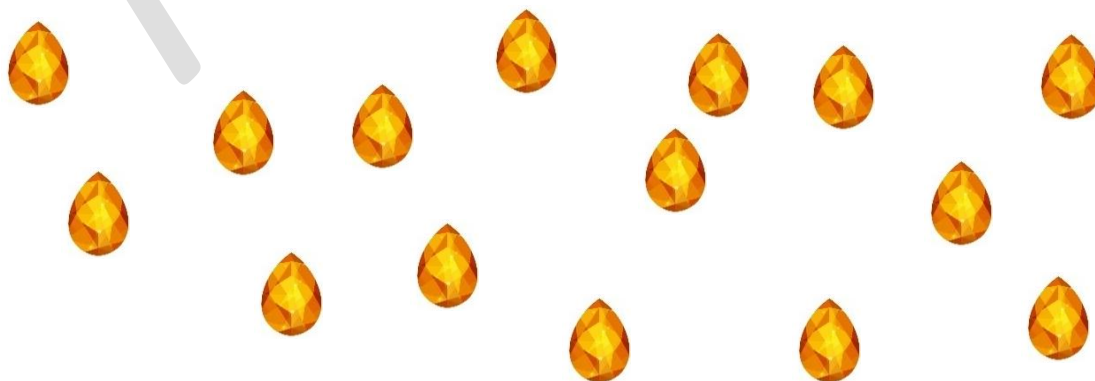
3) Todos os sistemas de numeração já criados se comunicam, de alguma forma, com o nosso. Portanto, estudá-los nos faz conhecer melhor o nosso próprio sistema de numeração;

4) Apesar de ser algo improvável, podemos estudar os sistemas de numeração para ter a chance de melhorar o nosso sistema atual.

De modo geral, um bom sistema de numeração precisa conter:

Organização;  
Agrupamento (base);  
Simplificação dos grupos;  
Grupo de grupos.

**Exemplo:** Vamos aplicar essas quatro características no conjunto de pedras preciosas abaixo.



1) **Organização:** A organização é essencial para facilitar a contagem e a comparação de quantidades. Quando os elementos são dispostos de maneira ordenada, torna-se mais fácil identificar se há muito ou pouco, além de proporcionar uma representação visualmente mais clara e bela.



2) **Agrupamento:** O agrupamento facilita tanto a contagem quanto a criação de símbolos representativos. Podemos formar grupos de cinco em cinco, de dez em dez, ou de acordo com a base escolhida. Esse princípio reduz a necessidade de representar grandes quantidades com muitos símbolos individuais, tornando o sistema mais prático e eficiente.



3) **Simplificação dos grupos:** Uma vez definidos os agrupamentos, podemos criar **um único símbolo** para representar cada um deles. Em vez de desenhar individualmente todos os elementos dentro de um grupo, utilizamos um símbolo único que indica sua quantidade correspondente. Isso torna o sistema mais econômico e reduz a redundância na representação dos números.

No nosso exemplo:



Logo, para a quantidade total de pedras que temos, teríamos:



4) **Grupo de grupos:** Quando atingimos uma nova quantidade significativa (por exemplo, um novo conjunto de cinco estrelas), podemos criar um novo símbolo para representar essa unidade maior. Esse princípio permite a escalabilidade do sistema, possibilitando a representação de números cada vez maiores sem a necessidade de símbolos excessivamente complexos.

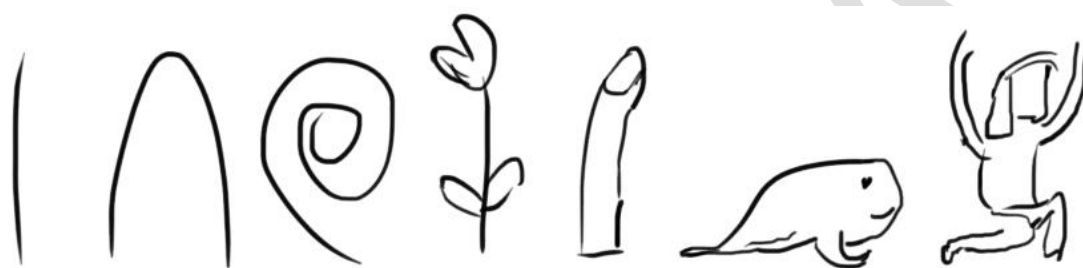
No nosso exemplo:



Essas quatro características formam a base de um sistema de numeração eficiente, tornando a contagem mais ágil, a escrita mais prática e a compreensão mais acessível. Esse princípio pode ser observado nos sistemas numéricos históricos, como o sistema de numeração egípcio, romano e indoarábico, cada um adotando diferentes abordagens para agrupamento e simplificação dos números.


Dito isso, vamos ao estudo do nosso primeiro sistema de numeração: **o egípcio**.



O sistema de numeração egípcio é datado de cerca de 3000 anos a.C. e seu agrupamento era feito de 10 em 10, ou seja, **era um sistema de numeração decimal**.







- A haste vertical representa uma unidade:
- A letra U invertida representa 10 unidades:
- A corda enrolada representa 100 unidades:
- A flor de lótus representa 1000 unidades:
- O dedo levemente dobrado representa 10.000 unidades:
- O girino representa 100.000 unidades:
- O egípcio ajoelhado representa 1.000.000 de unidades.







10 | se tornam um 

10  se tornam uma 

10  se tornam uma 

10  se tornam um 

10  se tornam um 

10  se tornam um 



O sistema de numeração egípcio era **aditivo**, ou seja, para determinar uma quantidade, somava-se os valores individuais de cada símbolo.

**Exemplo:** O número:

 representa o número  $100 + 10 + 1 + 1 = 112$ .



Para a escrita de muitos símbolos repetidos, utilizava-se a escrita de modo vertical, a fim de facilitar a contagem. Observe a parte inferior de uma imagem de um muro, no templo de Karnak:



Números do Egito Antigo, no templo de Karnak. Fonte: <https://br.pinterest.com/pin/569775790358114467/>

O sistema de numeração egípcio era **não posicional**, ou seja, a ordem dos símbolos não alterava o número.

**Exemplo:** O número:

 era o mesmo que o número  , ambos representando o número 21.








O sistema de numeração egípcio, portanto, se destaca:

- 1) Pelo uso de **símbolos hieroglíficos**;
- 2) Por ser um sistema **aditivo**;
- 3) Por ser um sistema **não posicional**;
- 4) Por ser um sistema de **base 10**.




É um sistema prático para o registro de pequenas quantidades, porém trabalhoso para valores muito grandes.

Exercícios de fixação

01. Escreva por extenso quais números os símbolos egípcios abaixo representam:








|   |  |
|---|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

02. Complete a tabela abaixo com símbolos egípcios ou com nossos algarismos:

|   |      |
|---|------|
|  |      |
|   | 37   |
|  |      |
|   | 203  |
|  |      |
|   | 2071 |

03. Escreva o ano do seu nascimento utilizando símbolos egípcios.

04. Escreva, utilizando nossos algarismos, quais números os símbolos egípcios abaixo representam:

|   |  |
|---|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |



03. A pirâmide de Quéops é constituída por **2 300 000 blocos** de pedra que pesam cerca de **2500 a 60 000 quilos** cada. O trabalho de construção teria durado **20 anos** e contou com a força de **100 mil homens**.

Fonte: <https://www.todamateria.com.br/as-piramides-do-egito/> (adaptado)




Escreva os números em negrito utilizando o sistema de numeração egípcia.

|           |  |
|-----------|--|
| 2 300 000 |  |
| 2500      |  |
| 60 000    |  |
| 20        |  |
| 100 000   |  |




04. Pesquise qual foi o ano da primeira Olimpíada da Era Moderna e escreva esse ano utilizando símbolos egípcios.

05. Compare corretamente os números com os símbolos > (maior que) e < (menor que):



06. Coloque os símbolos , , ,  e  em ordem crescente.

07. ⚡ Em um determinado sistema de numeração, usa-se os seguintes símbolos para contagem:

| Quantidade  | Símbolo   |
|---|---|
| ••••  |  |
|  |  |

Com base nessa informação, desenhe, utilizando os símbolos deste sistema de numeração, a representação do número 57.



08. Heródoto, conhecido como o "pai da História", escreveu sobre diversas civilizações da Antiguidade. Pesquise e explique, em um parágrafo curto, quem foi Heródoto e qual a importância de sua obra. Não se esqueça de citar a fonte utilizada.

---

---

---

---

---

---

---

---

## Módulo 01

### Aula 02 – Sistema de numeração babilônico

#### Aquecimento

01. O símbolo egípcio  corresponde a quantas unidades? \_\_\_\_\_.

02. Quais as quatro principais características do sistema de numeração egípcio?

---

---

---

03. Calcule mentalmente:

$43 + 37 =$

$34 - 27 =$

$8 \times 7 =$

$48 \div 24 =$

#### Um pouco de história

O sistema de numeração babilônico é um dos mais antigos da história, criado pela civilização babilônica na antiga Mesopotâmia (que, atualmente, corresponde aos territórios do Iraque, Síria, Kuwait e Irã). Datado aproximadamente a partir de 2000 a.C., o sistema influenciou profundamente o desenvolvimento da matemática e da astronomia, especialmente pelo desenvolvimento do sistema posicional.



- 1) O sistema babilônico é **posicional**, ou seja, a posição que o símbolo ocupa altera seu valor;
- 2) O sistema babilônico é **sexagesimal**, ou seja, possui agrupamento de base 60;
- 3) O sistema babilônico é **multiplicativo**, ou seja, o valor do símbolo é multiplicado por potências de base 60 à medida que muda de posição.

Vemos, portanto, que o sistema de numeração babilônico possui um ponto positivo notável: ele não exige muitos símbolos, como o sistema egípcio, para representar números grandes. No entanto, por mais versáteis que sejam os símbolos, eles não são suficientes para evitar ambiguidades.

O cravo, por exemplo, poderia representar 1, 60, 3600 e assim por diante, a depender da posição que se encontrava. Mas não existia, até mais ou menos na metade do século IV a.C., um símbolo para representar uma casa vazia.

O sistema de numeração babilônico ainda possui uma grande semelhança com as unidades de medida hora, minuto e segundo.

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

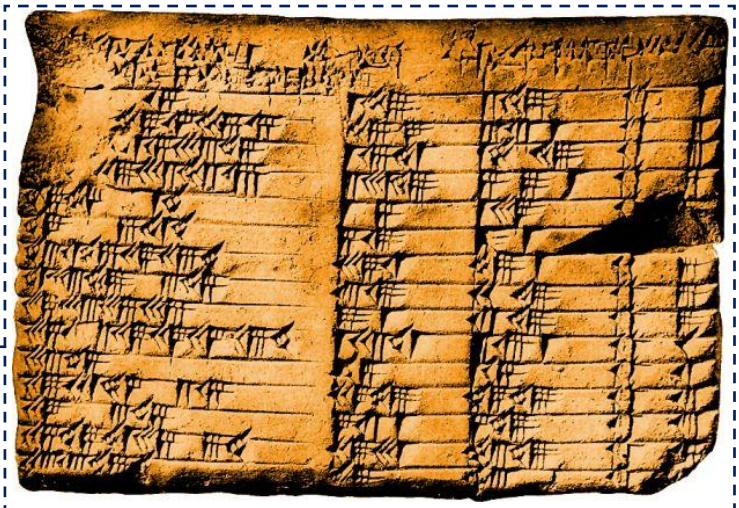
$$1 \text{ h} = 60 \text{ min}$$

**Dica:** Calcule quantos segundos temos em 1h.

**Exemplo:** 2 h 30 min 25 s é comparado ao número:



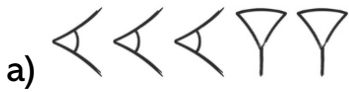
Além disso, os babilônios desenvolveram formas surpreendentes de trabalhar frações, aproximações, equações quadráticas e cúbicas e ternos pitagóricos. Um exemplo notável dessa sofisticação matemática é a **tabuleta Plimpton 322**, que demonstra um profundo entendimento de relações geométricas e trigonométricas, antecipando conceitos que só seriam formalmente estudados séculos depois. Essa descoberta desafia a visão tradicional da matemática babilônica e revela uma civilização com uma compreensão da geometria e da álgebra muito mais avançada do que se imaginava.



Plimpton 322, tábua com quatro colunas de números disposto em quinze linhas horizontais. Se encontra na Plimpton Collection da Columbia University.

Exercícios resolvidos

01. Escreva os números abaixo utilizando o nosso sistema de numeração:



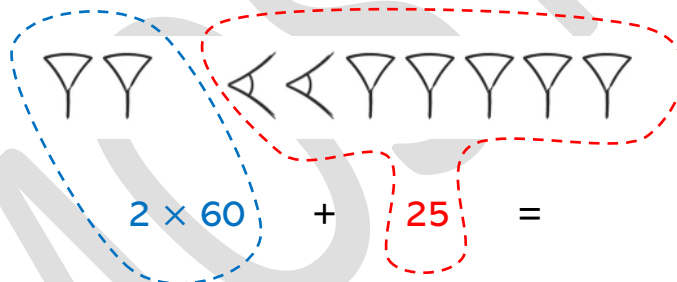
**Solução:**

a) Como não há espaçamento considerável entre os símbolos, podemos somar os valores individuais de cada símbolo:

$$10 + 10 + 10 + 1 + 1 = 32$$

Portanto, corresponde ao número 32 no nosso sistema de numeração.

b) Há um espaçamento considerável entre os dois primeiros cravos e os demais símbolos. Sendo assim, utilizando-se da característica posicional do sistema babilônico, temos:



$$2 \times 60 + 25 =$$

$$120 + 25 = 145$$

02. Escreva o número 195 utilizando-se do sistema de numeração babilônico.

**Solução:** Vejamos quantas vezes o número 60 cabe em 195.

$$195 - 60 = 135$$

$$135 - 60 = 75$$

$$75 - 60 = 15$$

O número 60 coube três vezes exatas e sobrou 15 unidades. Portanto, temos:

$$195 = 3 \times 60 + 15 = \text{three downward chevrons} \text{ and } \text{one left chevron and four downward chevrons}.$$

Como símbolos intermediários, temos:

Como símbolos intermediários, temos:



|   |      |
|---|------|
| I | 1    |
| V | 5    |
| X | 10   |
| L | 50   |
| C | 100  |
| D | 500  |
| M | 1000 |



O sistema romano é **não-posicional**, ou seja, o valor de cada símbolo é fixo, independentemente da sua posição na representação do número. É predominantemente **aditivo**, mas também possui elementos **subtrativos**. Por exemplo, o número 9 é representado por IX (10 – 1).

### **Regras do sistema de numeração romano**

1. Os símbolos I, X, C e M podem ser repetidos até, no máximo, três vezes consecutivas para indicar a soma de seus valores: II = 1 + 1 = 2. Os símbolos V, L e D não podem se repetir.
2. Quando um símbolo menor precede um maior, subtrai-se: IV = 5 – 1 = 4. No entanto, só podemos ter **I antes de V ou X**, **X antes de L ou C** e **C antes de D ou M**.
3. Quando um símbolo menor segue um maior, soma-se: VI = 5 + 1 = 6.

Assim, temos os números de 1 a 10:

|     |           |
|-----|-----------|
| I   | 1         |
| II  | 2         |
| III | 3         |
| IV  | 4 (5 – 1) |
| V   | 5         |

|      |           |
|------|-----------|
| VI   | 6 (5 + 1) |
| VII  | 7         |
| VIII | 8         |
| IX   | 9         |
| X    | 10        |

E os números rasos de 20 a 90:

|     |    |
|-----|----|
| XX  | 20 |
| XXX | 30 |
| XL  | 40 |
| L   | 50 |

|      |    |
|------|----|
| LX   | 60 |
| LXX  | 70 |
| LXXX | 80 |
| XC   | 90 |

05. Complete, por extenso, como se lê o nome de cada um dos papas da Igreja Católica:

|   |                    |                       |
|---|--------------------|-----------------------|
|    | Papa João Paulo II | Papa João Paulo _____ |
|    | Papa Paulo VI      | Papa Paulo _____      |
|    | Papa Bento XVI     | Papa Bento _____      |
|   | Papa Pio X         | Papa Pio _____        |
|  | Papa João XXIII    | Papa João _____       |

Aquecimento

01. O símbolo romano L corresponde a quantas unidades? \_\_\_\_\_.

02. O ano 1685 pertence a qual século? \_\_\_\_\_

03. O ano 1900 pertence a qual século? \_\_\_\_\_

04. O ano 1400 pertence:

- a) ao início do século XIV.
- b) ao fim do século XIV.
- c) ao fim do século XIII.
- d) ao início do século XV.

05. Explique as três regras do sistema de numeração romano.

---

---

---

Um pouco de história

O sistema de numeração que utilizamos hoje, com seus dez dígitos (0 a 9) e a ideia de valor posicional, é uma das maiores invenções da humanidade. Mas de onde ele veio? A resposta está em uma jornada que começou na Índia e se espalhou pelo mundo árabe, chegando até nós.

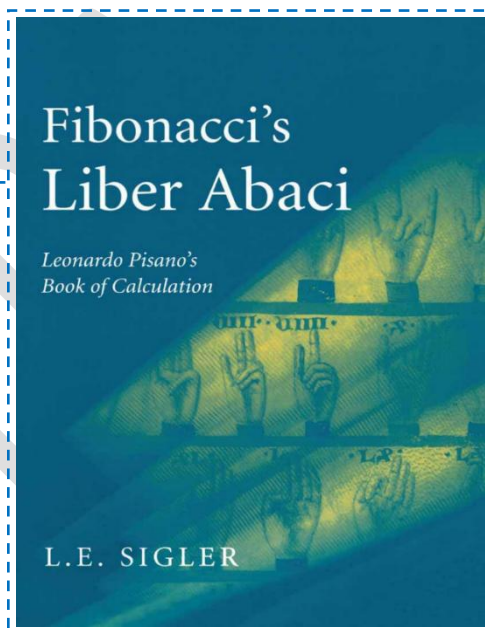
Por volta do século V, os indianos desenvolveram um sistema de numeração que já utilizava o conceito de valor posicional, ou seja, o valor de um algarismo dependia da posição que ele ocupava no número, tal como vimos no sistema babilônico. Essa ideia era revolucionária, pois permitia representar números muito grandes com poucos símbolos. Além disso, os indianos introduziram o conceito de zero, que era representado por um ponto ou um pequeno círculo.

Com as conquistas árabes, esse sistema numérico se espalhou por vastas regiões da Ásia e da África. Os árabes aprimoraram e adaptaram os símbolos indianos, dando origem aos algarismos que conhecemos hoje. A partir do século VIII, os matemáticos árabes começaram a difundir esse sistema em suas obras, o que contribuiu significativamente para sua popularização.

O **sistema indo-arábico** chegou à Europa por volta do século XII, trazido por comerciantes e viajantes. Inicialmente, ele foi visto com desconfiança pelos europeus, que estavam acostumados com o sistema de numeração romano. No entanto, a praticidade e a eficiência do novo sistema logo se mostraram evidentes, especialmente para os comerciantes e banqueiros.

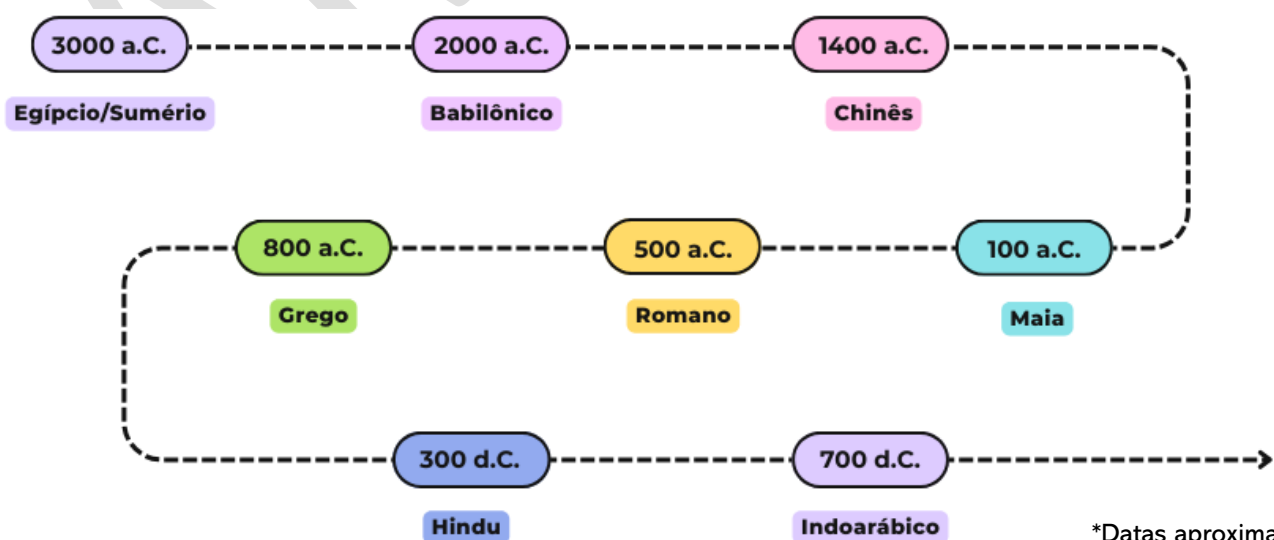
O matemático italiano Leonardo Fibonacci foi um dos grandes divulgadores do sistema indo-arábico na Europa. Em sua obra "**Liber Abaci**", publicada em 1202, ele apresentou os benefícios do novo sistema e mostrou como ele poderia ser utilizado para resolver problemas complexos de cálculo.

Graças ao trabalho de Fibonacci e de outros matemáticos, o sistema de numeração indo-arábico se tornou o padrão universal. Sua simplicidade e eficiência permitiram o desenvolvimento da álgebra, da geometria e de outras áreas da matemática, impulsionando o avanço da ciência e da tecnologia.



Direto ao assunto

Ao analisarmos a evolução dos principais sistemas de numeração ao longo da história, percebemos que o desenvolvimento do sistema que utilizamos hoje não aconteceu de forma instantânea.



\*Datas aproximadas

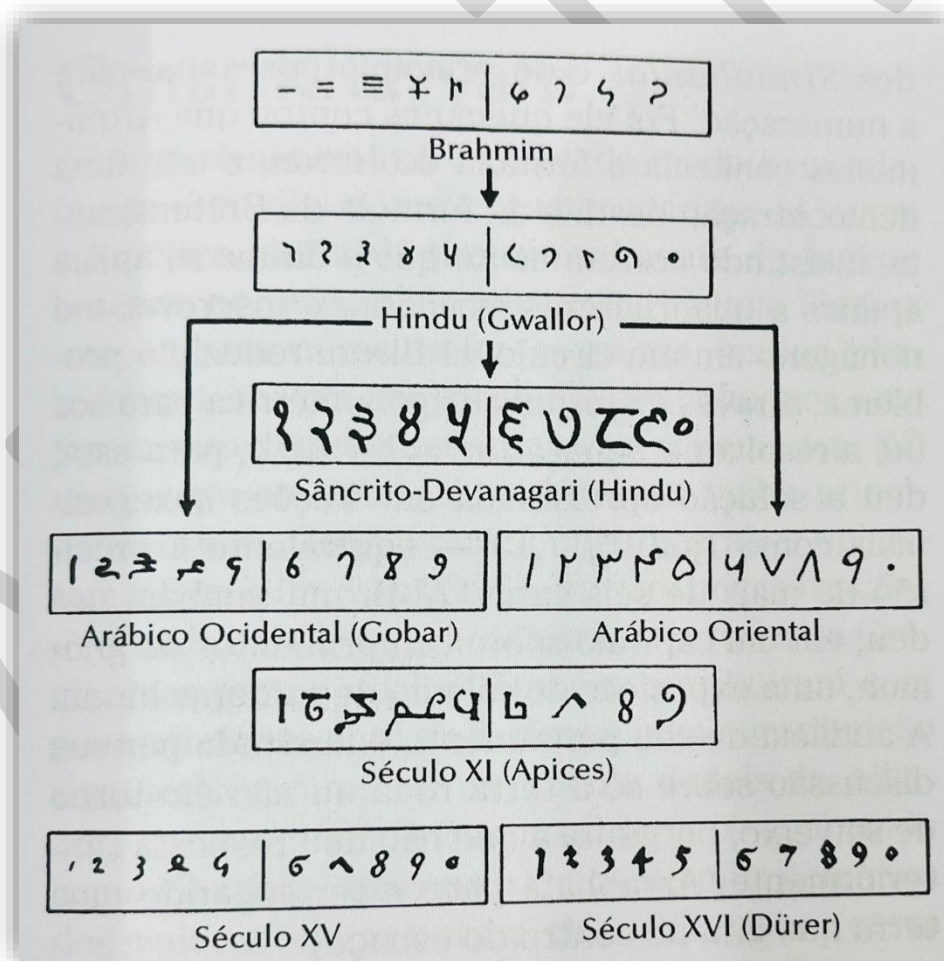
Ele é fruto de séculos de observação, experimentação e aperfeiçoamento. Esse processo revela o engenho e a perseverança de nossos antepassados, que nos deixaram um legado valioso.

O sistema de numeração que utilizamos atualmente não é apenas uma ferramenta trivial, como por vezes parece. Ele nos oferece a capacidade de representar qualquer número com simplicidade e clareza, além de permitir cálculos rápidos e precisos. Esse avanço, que consideramos tão natural, merece nossa admiração e gratidão, pois é resultado do esforço de civilizações que dedicaram gerações à busca por soluções matemáticas mais eficientes.

### ✚ Características

1) O sistema indo-arábico possui dez símbolos, chamados de **algarismos**:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9



Genealogia de nossos numerais. Segundo Karl Menninger, *Zahlwort und Ziffer* (Göttingen: Vanderhoek & Ruprecht, 1957-1958, 2 volumes), v. II, p. 23. Adaptado de *História da Matemática*, de Carl B. Boyer (BOYER, 2012, p. 171)

A **adição** é a operação aritmética que nos permite juntar duas ou mais quantidades de mesma natureza.

Suas principais ideias são de **juntar** duas quantidades já dadas e **acrescentar** uma nova quantidade a uma já conhecida.

**Símbolo:** +

**Leitura:** “mais”

Podemos escrever uma adição na horizontal ou na vertical:

$$25 + 31 = 56$$

ou

$$\begin{array}{r} 25 \\ + 31 \\ \hline 56 \end{array}$$

Os números que estão sendo somados, nesse caso 25 e 31, são chamados de **parcelas**. O resultado da adição, nesse caso 56, é chamado de **soma** ou **total**.

#### **Algoritmo usual da adição**

Para somar números inteiros, utilizamos **algoritmos**, que são sequências de passos bem definidas. O **algoritmo usual da adição** é o mais conhecido. Nesse algoritmo, os números são alinhados verticalmente por suas ordens e somados coluna por coluna, começando pela ordem das unidades.

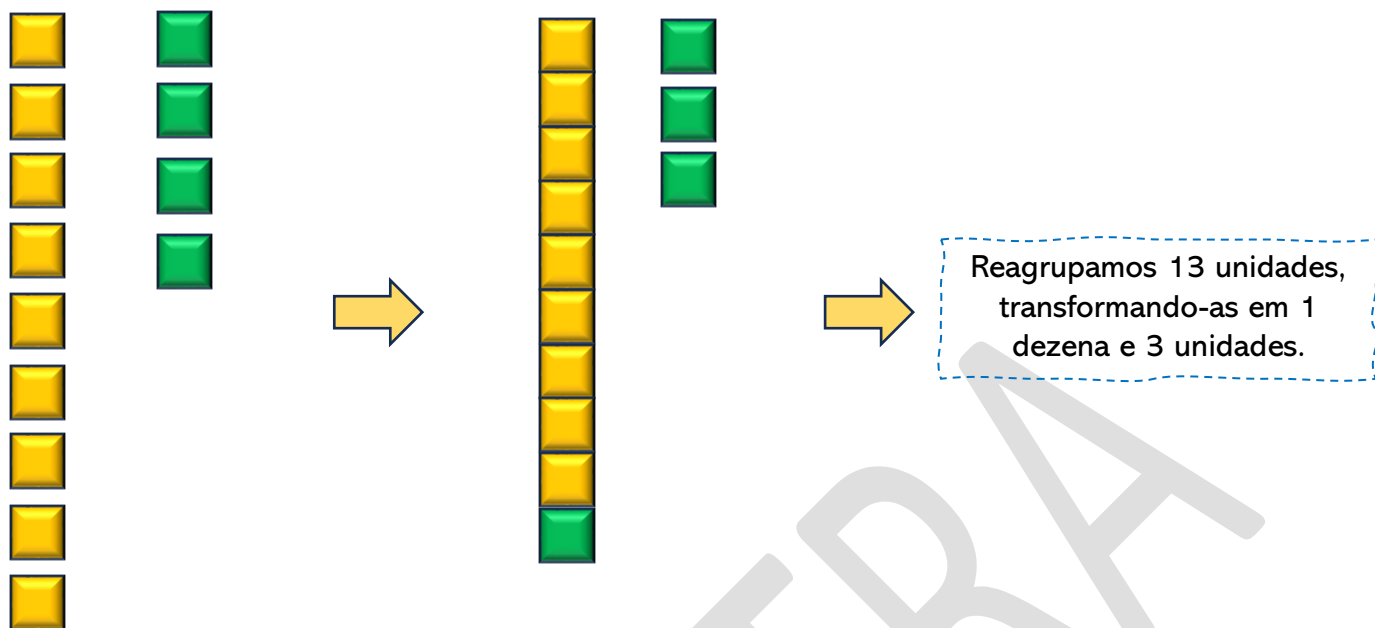
$$\begin{array}{r} 3578 \\ + 211 \\ \hline 3789 \end{array}$$

Em algumas adições, teremos que realizar **reagrupamentos**, ou seja, transformar 10 unidades em 1 dezena, 10 dezenas em 1 centena, e assim por diante.

**Exemplo:** Vamos somar 7459 com 1784.

$$\begin{array}{r} 7459 \\ + 1784 \\ \hline \end{array}$$

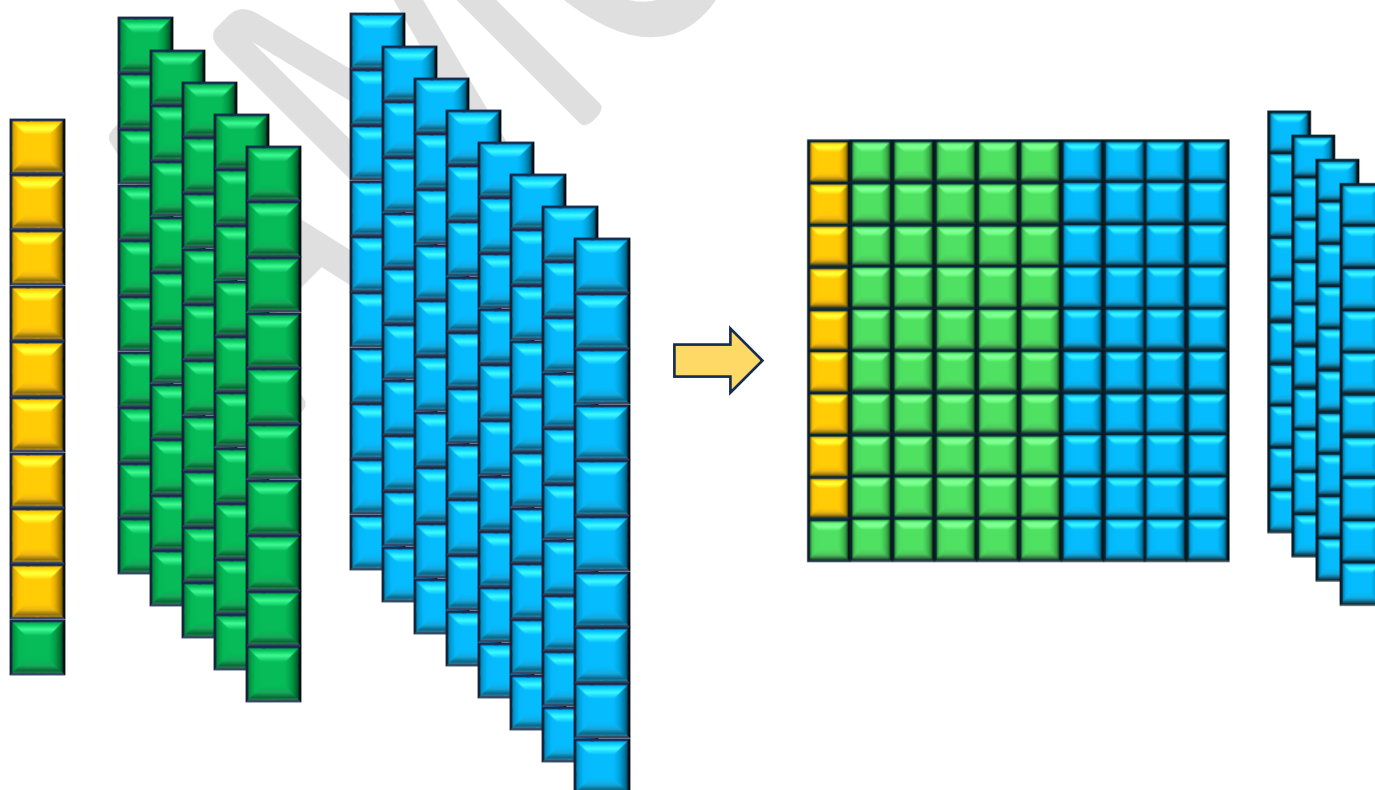
**1º passo:** Somando as unidades, temos  $9 + 4 = 13$  unidades.



As 3 unidades permanecem e a dezena “sobe” para ser acrescentada às outras.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 7459 \\ + 1784 \\ \hline 3 \end{array}$$

**2º passo:** Somando as dezenas, temos  $1 + 5 + 8 = 14$  dezenas.



**Observação:** as dicas sobre fazer um desenho ou diagrama e a prova real são opcionais.

2) Seu Jacaré decidiu abrir uma pizzaria, mas ele não sabe medir ingredientes direito. No primeiro dia, ele preparou 1 245 pedaços de queijo. No segundo dia, preparou 378 pedaços a mais do que no primeiro dia.

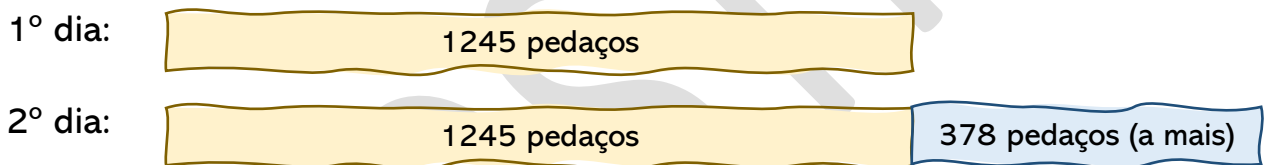
Quantos pedaços de queijo Seu Jacaré fez nos dois dias?



**Solução:** Lendo atentamente o problema, podemos destacar:

1 245 pedaços de queijo no 1º dia e no 2º dia, 378 pedaços a mais do que no 1º

Diagrama:



O problema nos pergunta o total de pedaços de queijo Seu Jacaré fez nos dois dias. Para isso, nos falta saber quantos pedaços foram preparados no segundo dia.

$$\begin{array}{r} 1\ 1 \\ 1\ 2\ 4\ 5 \\ +\ 3\ 7\ 8 \\ \hline 1\ 6\ 2\ 3 \end{array}$$

Uma vez que sabemos as quantidades de pedaços preparados em cada dia, basta somá-las para encontrar a resposta ao problema.

$$\begin{array}{r} 1\ 6\ 2\ 3 \\ +\ 1\ 2\ 4\ 5 \\ \hline 2\ 8\ 6\ 8 \end{array}$$

**Resposta:** Seu Jacaré fez, nos dois dias, 2868 pedaços de queijo.

**Observação:** podemos chegar à mesma resposta se efetuarmos a adição de três parcelas  $1245 + 1245 + 378$ .

3) Antônio possui R\$ 7551,00 em sua conta bancária. Ele deseja ter em sua conta R\$ 10.000,00. Quantos reais faltam para que Antônio alcance seu objetivo?

**Solução:** Lendo atentamente o problema, podemos destacar:

Antônio possui R\$ 7551 e deseja ter R\$ 10.000

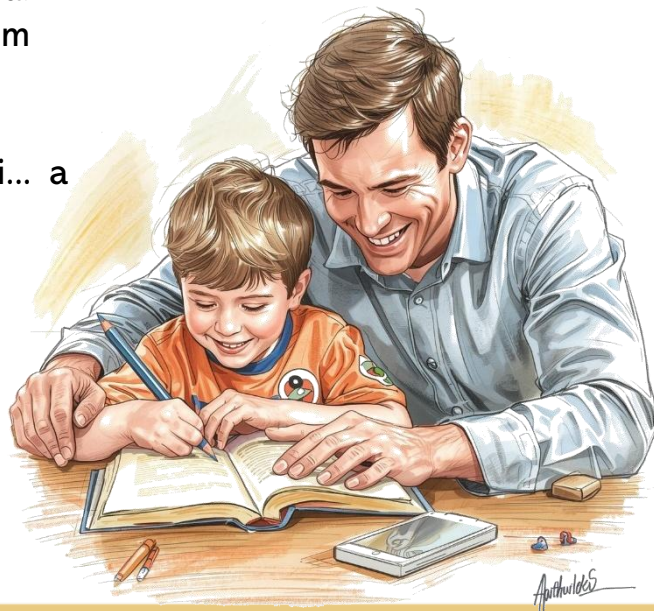
O exercício pergunta quantos reais faltam para que Antônio tenha R\$ 10.000. A ideia de completar o que falta para uma quantidade atingir outra nos leva à operação de subtração. Vamos realizar essa subtração através do algoritmo usual, porém através de uma subtração equivalente, retirando uma unidade do minuendo e uma do subtraendo.

$$\begin{array}{r} 10000 \\ - 7551 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9999 \\ - 7550 \\ \hline 2449 \end{array}$$

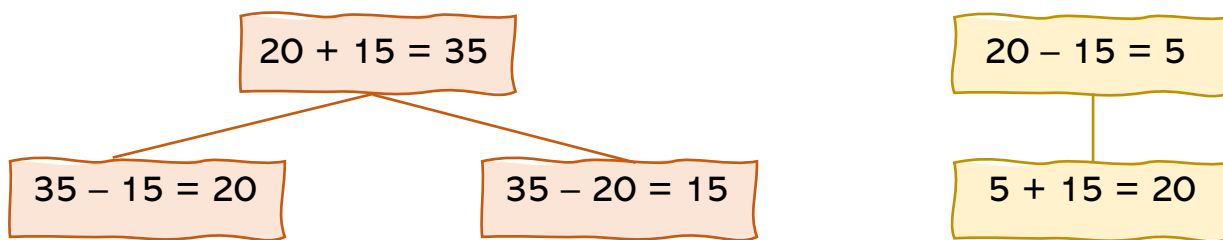
**Resposta:** Faltam R\$ 2249,00 reais para que Antônio alcance seu objetivo.

### Operações inversas

- Pai, qual número somado a 876 resulta em 1982?
- Boa pergunta, Theo! Que estratégia você acredita que podemos utilizar para descobrir essa resposta?
- Eu estava pensando em completar o 876 até chegar em 1982.
- Excelente escolha, filho! Agora, me responda: qual operação aritmética está relacionada com completar?
- Essa é fácil: subtração! Mas não entendi... a pergunta inicial estava relacionada com adição.
- Perfeita observação, meu filho! Isso acontece porque as operações de adição e subtração são operações inversas.



Observe:



Utilizando essa ideia, podemos descobrir a resposta do problema de Theo.

- Qual número somado a 876 resulta em 1982?

Basta utilizarmos a operação inversa. Nesse caso, subtração:

$$\text{?} + 876 = 1982 \Rightarrow \text{?} = 1982 - 876$$

$$\begin{array}{r} 19\cancel{8}\cancel{2} \\ - \quad 876 \\ \hline 1106 \end{array}$$

Vejamos mais um exemplo.

- Um número menos 989 resulta em 375. Qual é esse número?

**Solução:** Vamos representar esse número com um ponto de interrogação ?.

$$\text{?} - 989 = 375$$

Para descobrir esse número, basta utilizarmos a operação inversa. Nesse caso, adição:

$$\text{?} - 989 = 375 \Rightarrow \text{?} = 375 + 989$$

Realizando os cálculos, obtemos:

$$\Rightarrow \text{?} = 375 + 989 = 1364$$

**Resposta:** Esse número é o 1364.

Aquecimento

01. Como podemos definir multiplicação?

---

---

02. Qual número que, somado com 17, resulta em 24?

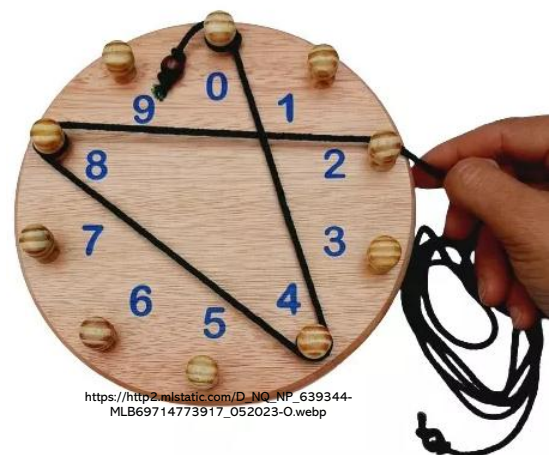
03. Qual número que, diminuído 18, resulta em 9?

Direto ao assunto

Nesta lição, vamos estudar sobre a **tabuada circular**.

A **tabuada Waldorf**, também conhecida como **tabuada circular** ou **tabuada dinâmica**, é um material pedagógico utilizado em escolas Waldorf para ensinar a multiplicação de forma lúdica e concreta. Ao invés da tradicional tabela numérica, a tabuada Waldorf apresenta uma abordagem visual e manipulativa, que facilita a compreensão dos conceitos matemáticos pelas crianças.

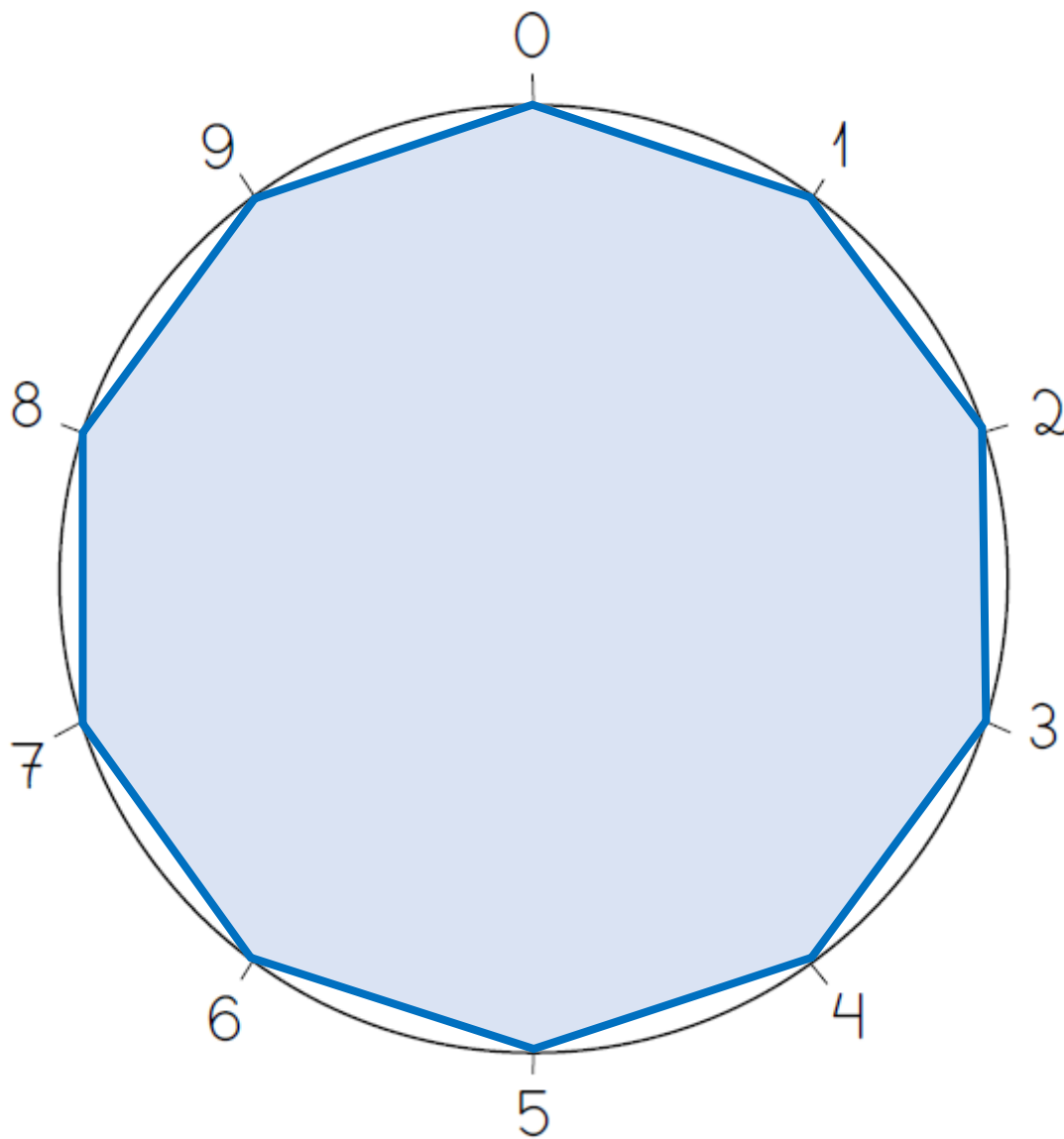
A origem exata da tabuada Waldorf não é precisa, mas ela está inserida no contexto da pedagogia Waldorf, desenvolvida por Rudolf Steiner no início do século XX.



## Tabuada circular do 1

Começamos no número 0 e traçamos segmentos de reta de 1 em 1 ao redor do círculo, conectando os pontos em sequência. O resultado é um padrão geométrico que forma um **decágono regular** (uma figura de dez lados).

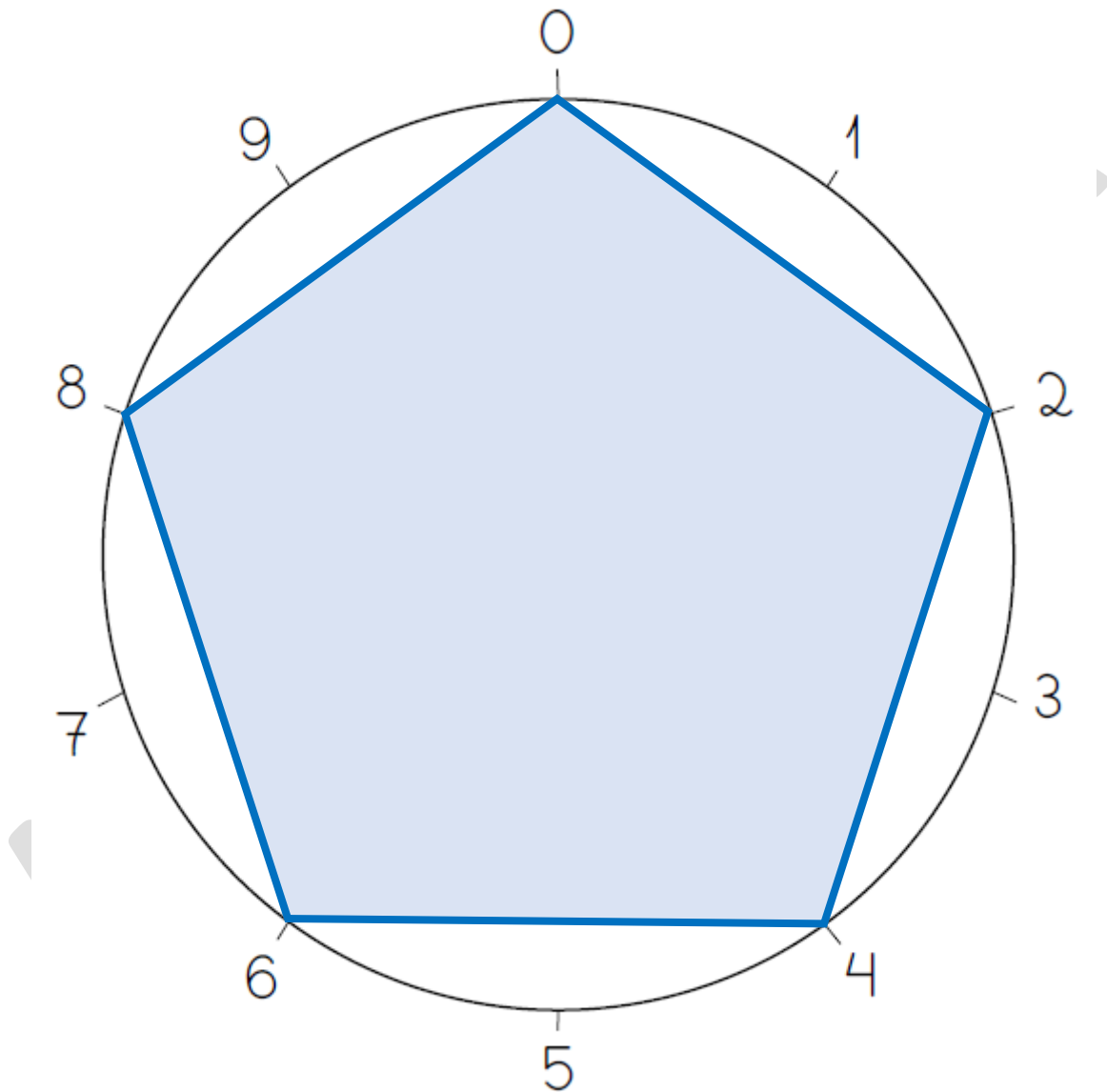
De forma opcional, é possível colorir o interior do decágono, destacando sua simetria e tornando o aprendizado mais visual e envolvente.



## Tabuada circular do 2

Começamos no número 0 e traçamos segmentos de reta pulando dois números de cada vez ao redor do círculo. Assim, conectamos os pontos na seguinte sequência:  $0 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 8 \rightarrow 0$  (reiniciando o ciclo).

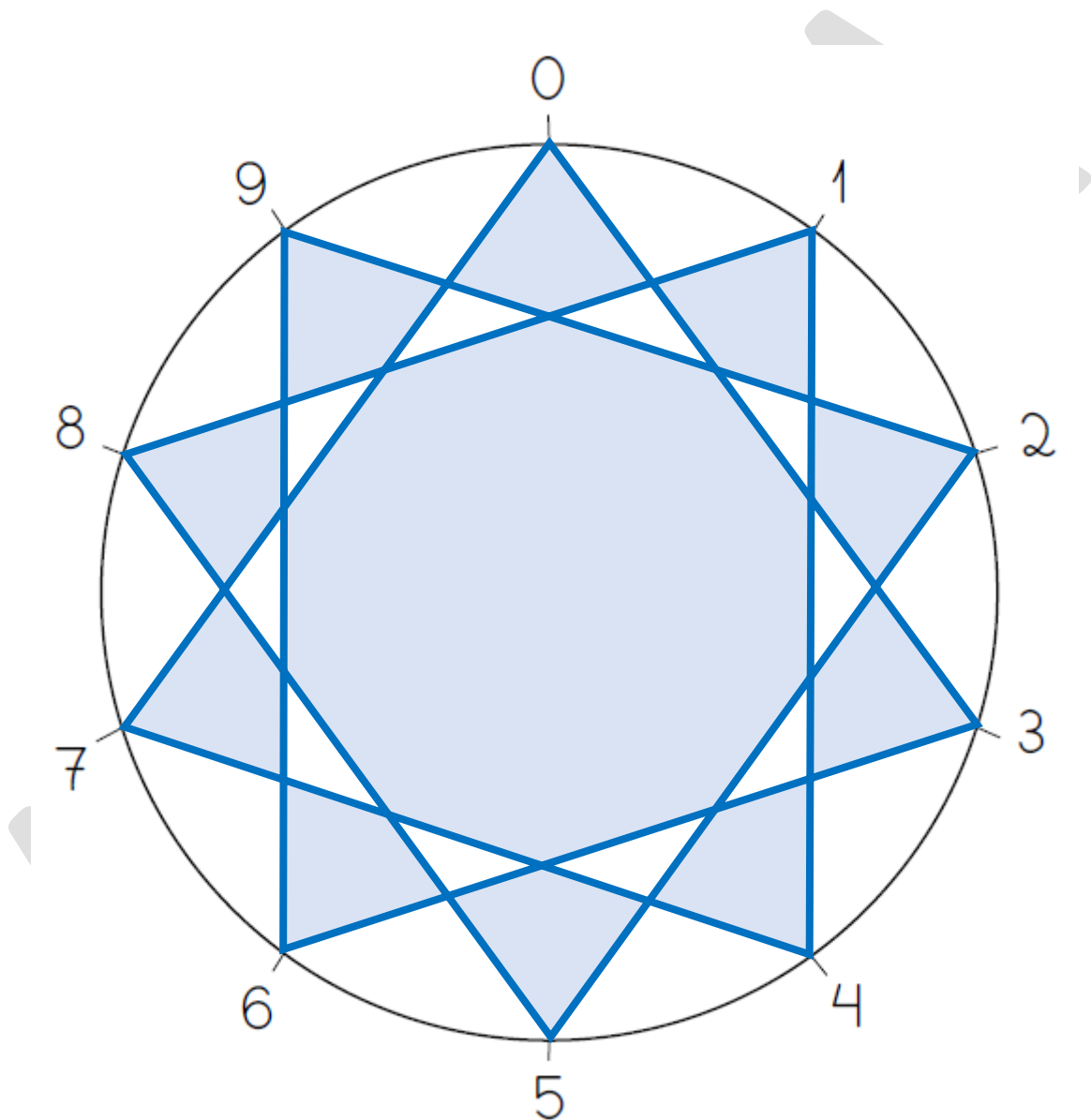
O padrão geométrico resultante é um **pentágono regular** dentro do círculo. De forma opcional, podemos pintar o interior da figura para destacar sua beleza e simetria.



### Tabuada circular do 3

Começamos no número 0 e traçamos segmentos de reta pulando três números de cada vez ao redor do círculo. A sequência é a seguinte:  $0 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 0$  (voltando ao início).

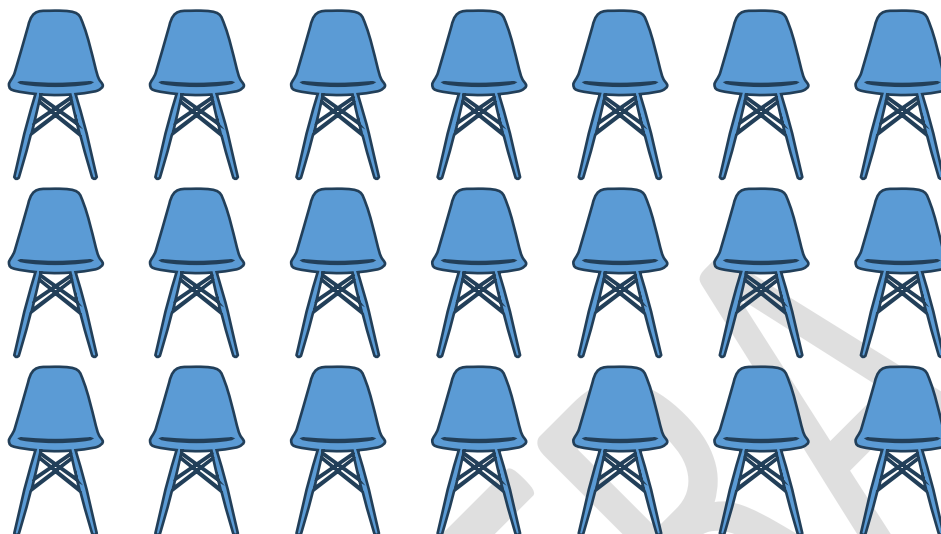
O padrão geométrico formado é uma **estrela de dez pontas** (ou **decagrama**), com linhas cruzadas que evidenciam a repetição cíclica da tabuada dentro do círculo. Opcionalmente, podemos colorir o interior da figura, destacando a simetria e beleza do padrão.



Assim, percebemos que a tabuada circular é uma maneira fascinante de visualizar os padrões geométricos presentes na multiplicação. Não exploraremos todas as tabuadas de 4 a 9 neste momento, pois o padrão segue o mesmo princípio explicado nas anteriores. Além disso, queremos preservar a surpresa e o encanto das formas que surgem nas próximas tabuadas, incentivando você a descobri-las e experimentar a beleza única de cada figura.

## Disposição retangular

Observe a imagem:



Quantas cadeiras há no total? Qual a melhor forma de contá-las?

Embora, nesse exemplo, seja possível contar as cadeiras uma a uma, a **disposição retangular** em que elas se encontram nos oferece uma contagem mais rápida e eficiente.

As cadeiras estão organizadas em **3 linhas**, e cada linha contém exatamente **7 cadeiras**. Ou seja, devemos somar o 7 três vezes, o que nos leva à multiplicação  $3 \times 7$ . Assim, a multiplicação nos revela que há um total de **21 cadeiras**.

Em uma contagem de objetos dispostos no formato retangular, de modo que a quantidade de objetos em cada linha é a mesma, o total de objetos é dado pelo **número de linhas** multiplicado pelo **número de colunas**.

## Proporção

João foi à padaria e comprou 100 g de pão francês por R\$ 2,00.

a) Quanto pagará Jorge por 200 g de pão francês na mesma padaria?

b) Quanto pagará Alex por 300 g de pão francês na mesma padaria?



Aquecimento

01. ⚡ (Clubes de Matemática da OBMEP) Francimar pensou que seu relógio estava atrasado 10 minutos e o acertou. Mas, na verdade, o relógio estava adiantado 5 minutos. Noemi pensou que seu relógio estava adiantado 10 minutos e o acertou, mas, na verdade, o relógio estava atrasado 5 minutos. Logo depois, os dois se encontraram, quando o relógio de Francimar marcava 10 horas. Neste momento, que horas o relógio de Noemi indicava?

---

---

---

---

---

---

Direto ao assunto

Na matemática, muitas vezes buscamos maneiras mais simples e eficientes de resolver problemas. Hoje, vamos mergulhar em um método especial que torna a divisão mais prática: o **algoritmo da divisão pelo método da chave**. Esse método combina lógica e estratégia, aproveitando uma ideia brilhante que já era usada por comerciantes e matemáticos há séculos.

✚ Algoritmo da divisão pelo método da chave

Já sabemos que na divisão  $72 \div 9 = 8$ , o número 72 é o dividendo, 9 é o divisor e 8 é o quociente. Ao aplicarmos o método da chave, a solução será apresentada da seguinte maneira:

$$\begin{array}{r|l} \text{Dividendo} \rightarrow 72 & 9 \leftarrow \text{Divisor} \\ - 72 & 8 \leftarrow \text{Quociente} \\ \hline 00 & \leftarrow \text{Resto} \end{array}$$

Para realizar uma divisão pelo método da chave, precisamos entender que ela é um **processo cíclico**, baseado em três passos:

*Dica: Pesquise o significado da palavra "cíclico".*

1) **Divisão por ordens;**

A divisão pelo método da chave é feita **ordem por ordem**, **começando pela maior**, ou seja, pelo algarismo mais à esquerda do dividendo. Essa etapa determina a ordem inicial do quociente, que será registrada abaixo da linha de divisão.

2) **Cálculo do resto;**

Após determinar a parte inicial do quociente, multiplicamos o quociente parcial pelo divisor para encontrar o valor exato que será **subtraído** da ordem dividida. Em seguida, realizamos a **subtração** entre o valor da ordem dividida e o valor obtido na multiplicação. O resultado dessa subtração é o **resto**, que representa o valor que ainda não foi completamente dividido.

3) **Reagrupamento** (conhecido como "desce" a próxima ordem).

Com o resto obtido, o próximo passo é incorporar a próxima ordem do dividendo ao resto. Esse processo é conhecido como "descer" o próximo algarismo. O número formado pelo resto e o algarismo descido torna-se o novo valor a ser dividido pelo divisor, **reiniciando o ciclo**.

**Repetimos esses três passos até que todas as ordens tenham sido divididas.** Quando não há mais ordens a descer, o processo termina, e o quociente completo é determinado, acompanhado do resto final, se houver.

**Exemplos:**

a)  $484 \div 4$

1º passo: divisão das centenas

$$\begin{array}{r|l} 484 & 4 \\ -4 & \\ \hline 0 & 1 \\ & C \end{array}$$

2º passo: divisão das dezenas

$$\begin{array}{r|l} 484 & 4 \\ -4 & \\ \hline 08 & 12 \\ -8 & CD \\ \hline 00 & \end{array}$$

3º passo: divisão das centenas

$$\begin{array}{r} 484 \\ -4 \\ \hline 08 \\ -8 \\ \hline 004 \\ -4 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \hline 121 \\ \text{CDU} \end{array}$$

Como não há mais ordens a serem divididas, finalizamos a divisão.

**Resposta:**  $484 \div 4 = 121$ , resto 0.

**Observação:** a divisão pode ser realizada pelo **método curto**, calculando-se os restos **mentalmente**.

1º passo: divisão das centenas

$$\begin{array}{r} 484 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \hline 1 \\ \text{C} \end{array}$$

2º passo: divisão das dezenas

$$\begin{array}{r} 484 \\ 08 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \hline 12 \\ \text{CD} \end{array}$$

3º passo: divisão das centenas

$$\begin{array}{r} 484 \\ 08 \\ 04 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \hline 121 \\ \text{CDU} \end{array}$$

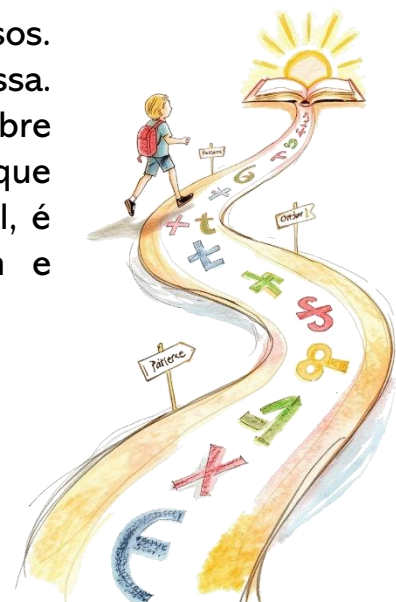
**Exemplo:**

$$\begin{aligned} 16 + \{[5 + (2 \times 3)] - 1\} &= \\ 16 + \{[5 + 6] - 1\} &= \\ 16 + \{11 - 1\} &= \\ 16 + 10 &= \\ 26 & \end{aligned}$$

**Exemplo:**

$$\begin{aligned} 2 \times \{5 + [63 - (3 + 6 \times 9) - 1] - 2\} &= \\ 2 \times \{5 + [63 - (3 + 54) - 1] - 2\} &= \\ 2 \times \{5 + [63 - 57 - 1] - 2\} &= \\ 2 \times \{5 + [6 - 1] - 2\} &= \\ 2 \times \{5 + 5 - 2\} &= \\ 2 \times \{10 - 2\} &= \\ 2 \times 8 &= \\ 16 & \end{aligned}$$

Mais uma vez: sem **organização**, é fácil perder-se nos passos. Sem **paciência**, é comum ignorar etapas ou cometer erros por pressa. A resolução de expressões numéricas não é apenas sobre matemática; é um treinamento para desenvolver essas virtudes, que também se aplicam a outros desafios da vida. Matemática, afinal, é mais do que números; é um caminho para cultivar ordem e perseverança e, por fim, encontrar e defender a **Verdade**.



## Um pouco de história

Os números primos são uma das ideias mais antigas e fascinantes da matemática, estudados desde a Antiguidade. Eles surgiram nos trabalhos de matemáticos gregos como **Euclides**, que há mais de 2.300 anos escreveu sobre suas propriedades no livro *Os Elementos*. Euclides demonstrou que existem infinitos números primos, e sua importância tem sido explorada ao longo dos séculos, tanto em **teorias abstratas** quanto em aplicações práticas, como a **criptografia**.



O termo “**primos**” vem do latim *primus*, que significa “primeiro”. Isso reflete sua natureza fundamental: os números primos são como os “blocos de construção” de todos os números inteiros, **pois qualquer número pode ser decomposto como uma multiplicação de números primos**. Assim, eles são os “primeiros” ou mais básicos elementos dentro do universo numérico.

Desde então, os números primos têm intrigado matemáticos e leigos, mantendo um papel central na busca por padrões e na compreensão dos mistérios dos números. São verdadeiros pilares da matemática, com um charme que atravessa milênios.

### Linha do tempo

#### **Euclides (século III a.C.)**

- Euclides, no livro *Os Elementos*, foi o primeiro a provar que existem infinitos números primos. Ele usou um argumento elegante por contradição, conhecido hoje como a “Prova de Euclides”.
- Ele também introduziu o conceito de **máximo divisor comum (MDC)** usando decomposições de números em fatores primos.

#### **Eratóstenes (século III a.C.)**

- O matemático grego Eratóstenes desenvolveu o **Crivo de Eratóstenes**, um método simples e eficiente para encontrar números primos. Este algoritmo ainda é ensinado nas escolas como um dos primeiros métodos sistemáticos para descobrir primos.

#### **Matemática Islâmica**

- Durante o auge da matemática islâmica (séculos VIII a XIII), estudiosos como **Al-Karaji** e **Ibn al-Haytham** (Alhazen) expandiram os estudos sobre números primos.

## Módulo 02

### Revisão 2.2

01. ⚡ Um carro de uma certa marca necessita de troca de óleo do motor, de acordo com seu manual, a cada 5000 km rodados. Então, supondo um carro novo dessa marca, deverão ser feitas trocas de óleo após esse carro completar 5000 km rodados, 10 000 km rodados, 15 000 km rodados e assim por diante. A imagem ao lado é referente



a um carro dessa marca e todas as trocas de óleos anteriores foram realizadas, de acordo com o manual. Após quantos quilômetros uma nova troca de óleo deverá ser realizada?

Blank area for the answer to question 01.

02. Em 1908 os primeiros imigrantes japoneses desembarcaram no Brasil. Em 1980 Pelé foi eleito o atleta do século. Sobre esses números mencionados nas informações, responda:

a) Qual o valor posicional do algarismo 9 em cada um deles? \_\_\_\_\_

b) Qual o valor posicional do algarismo 8 em cada um deles? \_\_\_\_\_

c) Por quais dos números abaixo eles são divisíveis ao mesmo tempo?

( ) 2, 3, 4, 5, 6 e 9

( ) 2, 3, 4, 6 e 9

( ) 2, 3, 6, 9 e 10

( ) 2, 3, 9 e 10

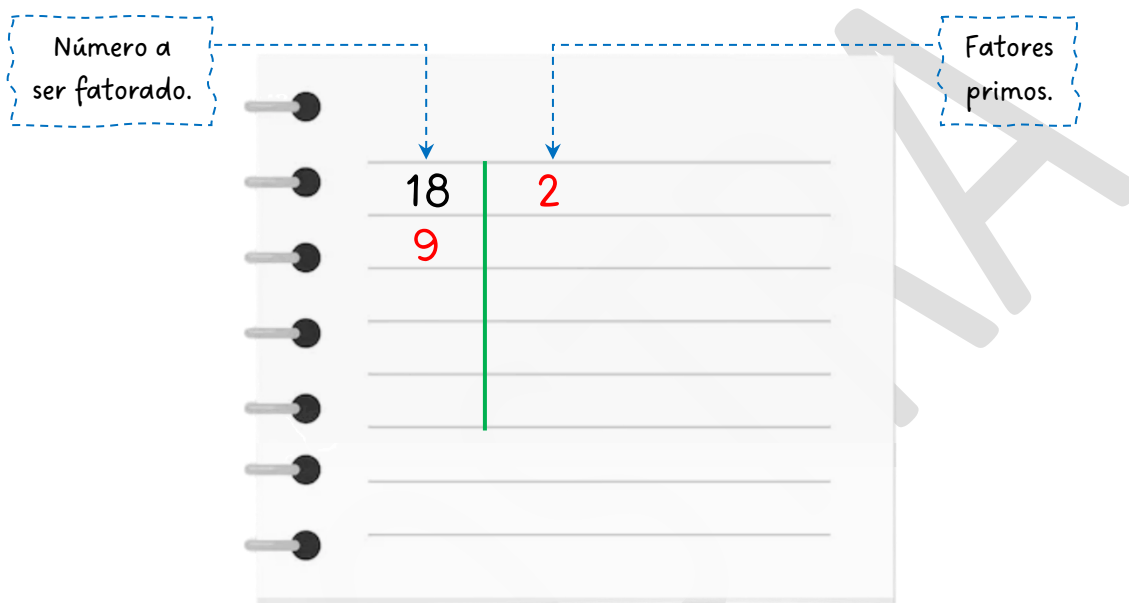
( ) 2, 3, 4, 5 e 9

**Exemplo:** Vamos decompor em fatores primos o número 18.

O **menor fator primo** que divide 18, pelos critérios de divisibilidade, é o 2. Vamos iniciar por ele. Para isso:

1. Posicionamos o fator 2 à direita do número 18, separados por uma barra vertical, como se fosse uma tabela.

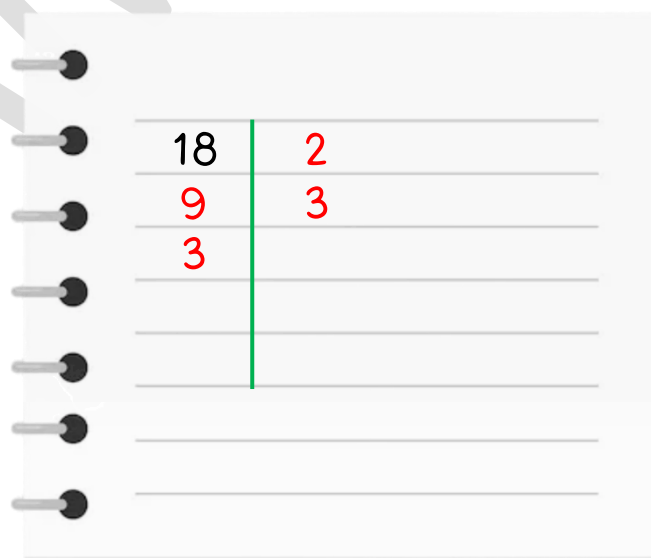
2. Realizamos a divisão mentalmente e escrevemos o quociente, que é 9, abaixo do número 18, formando uma nova linha.



Agora, o número a ser fatorado é o 9. O menor fator primo que divide 9, pelos critérios de divisibilidade, é o 3. Seguimos o mesmo procedimento:

1. Posicionamos o fator 3 à direita do número 9, separados pela barra vertical.

2. Realizamos a divisão mentalmente e escrevemos o quociente, que é 3, abaixo do número 9, formando uma nova linha.



A seguir, o número a ser fatorado é 3. Como 3 é um número primo, só ele só pode ser dividido por si mesmo, já que o número 1, apesar de ser divisor, não é considerado primo. Continuamos o processo com os mesmos passos:

1. Posicionamos o fator 3 à direita do número 3, separados pela barra vertical.
2. Realizamos a divisão mentalmente e escrevemos o quociente, que é 1, abaixo do número 3, formando uma nova linha.

|    |  |   |
|----|--|---|
| 18 |  | 2 |
| 9  |  | 3 |
| 3  |  | 3 |
| 1  |  |   |

Ao dividir 3 por si mesmo e alcançar o quociente 1, concluímos a fatoração. Para finalizar, traçamos uma barra horizontal para organizar a representação da fatoração completa.

|    |  |           |
|----|--|-----------|
| 18 |  | 2         |
| 9  |  | 3         |
| 3  |  | 3         |
| 1  |  | 2 × 3 × 3 |

**Resposta:** A forma fatorada completa de 18 é  $2 \times 3 \times 3$ .

Quando o MDC entre dois ou mais números é igual a 1, esses números são chamados de **primos entre si**.

**Alerta Importante!** 🚨

Não confunda **número primo** com **números primos entre si**!

- ❖ Um **número primo** é aquele que só pode ser dividido por 1 e por ele mesmo, como 2, 3, 5, 7, 11, etc.
- ❖ Já **números primos entre si** são dois ou mais números que não têm nenhum divisor comum, exceto o número 1. Eles não precisam ser números primos! Por exemplo, 8 e 15 são primos entre si, embora nenhum deles seja primo.

Fique atento a essa diferença para evitar erros nos cálculos e nas interpretações!

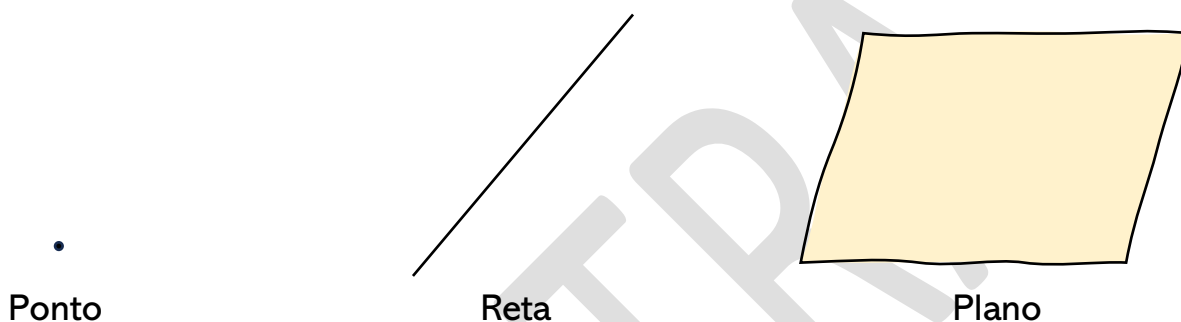


Quodcumque facitis, ex animo operamini sicut Domino et non hominibus, scientes quod a Domino accipietis retributionem hereditatis. Domino Christo servite; (Epistula ad Colossenses 3, 23-24)

Chamamos de **noções primitivas** os conceitos fundamentais que não podem ser definidos, pois servem como base para todas as definições e proposições. Elas são aceitas intuitivamente, sem necessidade de explicação formal.

Ponto, reta e plano são noções primitivas.

### Representação gráfica



Pontos são representados com letras latinas maiúsculas: A, B, C, D, ...

As retas são representadas com dois pontos ou letras latinas minúsculas:  $\overleftrightarrow{AB}$ ,  $\overleftrightarrow{CD}$ ,  $\overleftrightarrow{EF}$ , ... ou a, b, c, ...

Os planos são representados com letras gregas minúsculas:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ , ...

### Proposições primitivas

As **proposições geométricas** são propriedades que necessitam de **demonstrações** para serem aceitas como verdadeiras.

**Exemplo:** Para afirmar “a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a  $180^\circ$ ”, é necessário utilizar um raciocínio dedutivo que comprove essa afirmação.

Por outro lado, as **proposições primitivas**, também conhecidas como **axiomas** ou **postulados**, são declarações aceitas como verdadeiras sem a necessidade de demonstração. Elas formam a **base** para o desenvolvimento de teorias matemáticas e servem como **ponto de partida** para deduções.

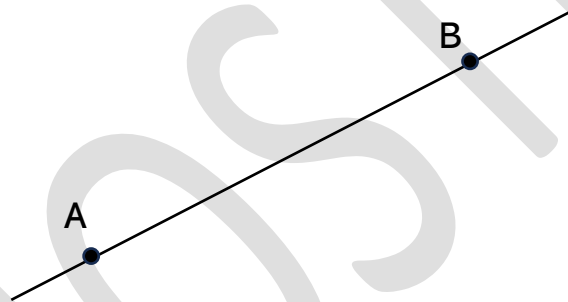
## **+ Pontos colineares**

A palavra “colinear” vem do latim, cujo prefixo “co” significa “junto, com, em comum”. Já o radical “linea” significa “linha”. Portanto, “colinear” significa “estar na mesma linha”. Assim, definimos:

Pontos colineares são pontos que estão na mesma reta.

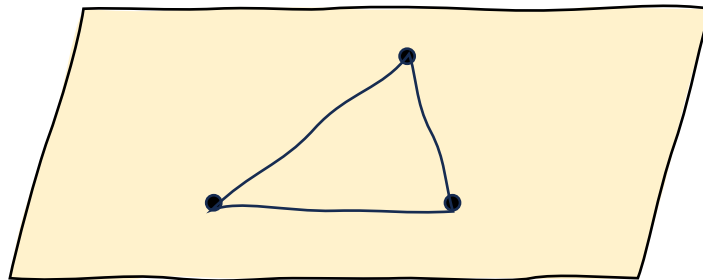
## **+ Postulado da determinação da reta**

Por dois pontos distintos passa uma única reta.



## **+ Postulado da determinação do plano**

Por três pontos não colineares passa um único plano.



06. ⚡ Por que uma cadeira de quatro pernas tem maior chance de bambejar, enquanto uma cadeira de três pernas sempre se apoia de forma estável? Relacione sua resposta ao Axioma da Determinação do Plano.



---

---

---

---

---

07. ⚡ Considere cinco pontos distintos no plano: A, B, C, D e E. Quantas retas distintas podem ser formadas ao considerar pares de pontos? Liste todas elas.

---

---

---

---

---

08. ⚡ Considere cinco pontos distintos no espaço: A, B, C, D e E. Quantos planos distintos podem ser determinados ao considerar trios de pontos? Liste todos eles.

---

---

---

---

---

Aquecimento

01. Pesquise a definição matemática de **densidade demográfica**. Em seguida, consulte o site do IBGE para encontrar a densidade demográfica da sua cidade.

---

---

---

Direto ao assunto

Nesta lição, vamos explorar as diferentes posições de uma reta. Essas classificações nos ajudam a entender como as retas se manifestam no cotidiano, desde o design de edifícios e estradas até os desenhos técnicos. Além disso, compreender essas posições facilita a comunicação e o aprofundamento em outras definições geométricas.

**Retas coplanares**

Dizemos que **duas ou mais retas são coplanares** quando pertencem ao mesmo plano.

**Posições relativas entre duas retas coplanares**

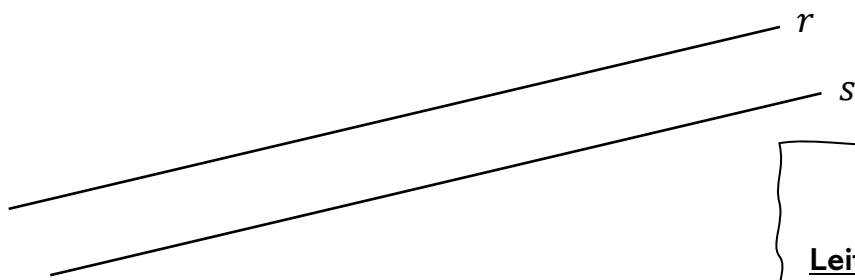
Quando duas retas estão no mesmo plano, podemos classificá-las conforme sua relação de posição entre si:

**Retas Paralelas**

São retas que possuem a **mesma direção**.

São retas que **nunca se encontram**.

São retas que **não possuem pontos em comum**.



**Símbolo:** //  
**Leitura:**  $r // s \rightarrow r$  paralela à  $s$

**Exemplo:** Os trilhos do trem são um exemplo clássico de retas paralelas, pois possuem a mesma direção e nunca se encontram, mantendo sempre a mesma distância entre si.

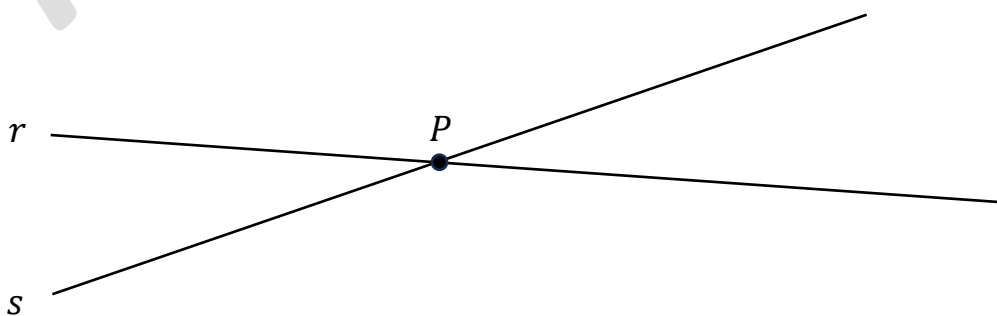


### Retas Concorrentes

São retas que **não estão na mesma direção.**

São retas que **se encontram.**

São retas que **possuem um ponto em comum.**



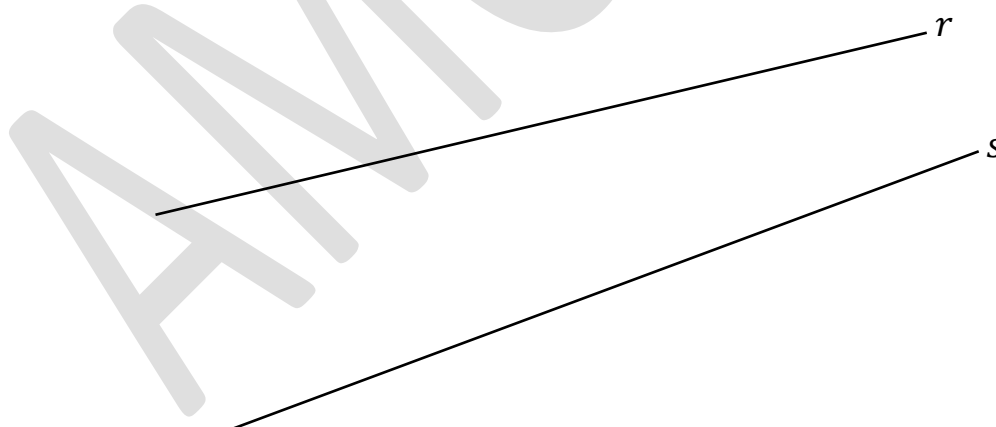
A reta  $r$  é concorrente à reta  $s$ .  
O ponto  $P$  é o ponto em comum.

**Exemplo:** A imagem abaixo mostra uma tábua de passar roupa com “pernas” em formato de ‘X’. As hastes que formam esse suporte são exemplos de retas concorrentes, pois se cruzam em um ponto.



**Observação:** Em algumas situações ilustradas, pode parecer que as retas não se cruzam, sugerindo paralelismo. No entanto, se elas não seguirem exatamente a mesma direção, não são paralelas, mas sim concorrentes.

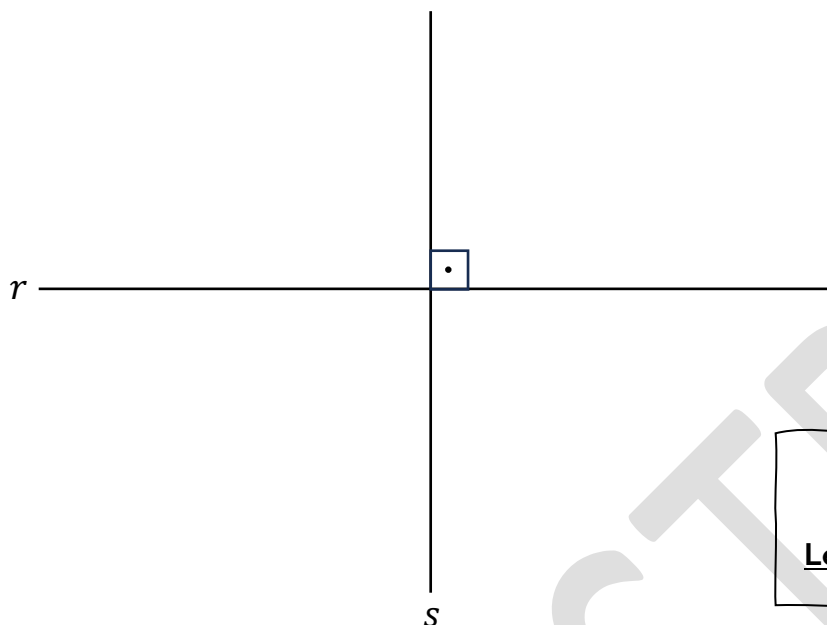
**Exemplo:**



A reta  $r$  é  
concorrente à reta  $s$ .

## **+** Caso especial de retas concorrentes: retas perpendiculares

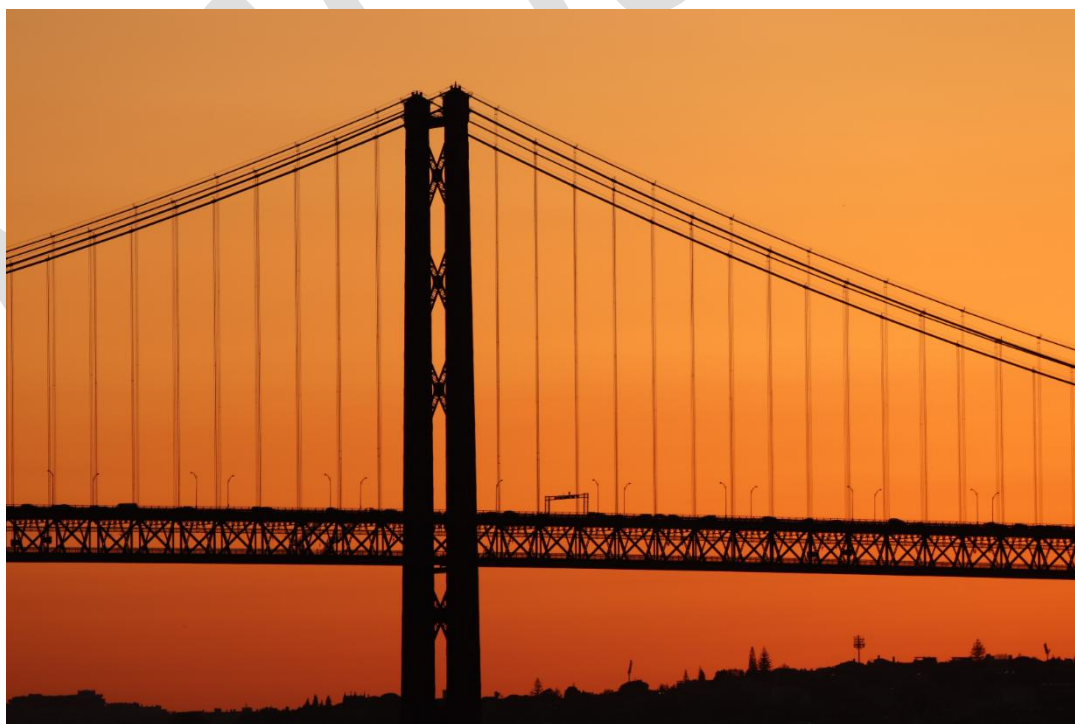
Um tipo especial de retas concorrentes são as retas perpendiculares, que se cruzam formando um ângulo reto ( $90^\circ$ ).



**Símbolo:**  $\perp$

**Leitura:**  $r \perp s \rightarrow r$  perpendicular à  $s$

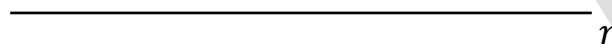
**Exemplo:** A torre vertical da ponte e a passarela horizontal formam um exemplo de retas perpendiculares, pois se cruzam em um ângulo de  $90^\circ$ .



## Posições da reta em relação ao solo

As retas também podem ser classificadas de acordo com sua orientação no espaço:

**Reta Horizontal:** Mantém-se paralela ao solo ou a um plano de referência.



Reta  $r$ : horizontal

**Exemplo:** Na imagem abaixo, vemos uma ponte vermelha que se estende de maneira retilínea sobre um lago, servindo como uma excelente ilustração de uma reta horizontal. A ponte mantém uma **altura constante** ao longo de sua extensão, sem inclinação para cima ou para baixo. Esse é um exemplo prático de uma reta paralela ao plano do solo, característica fundamental das retas horizontais.



**Reta Vertical:** Está orientada “em pé”, perpendicularmente ao solo, ou seja, formando um ângulo reto ( $90^\circ$ ) com o solo.

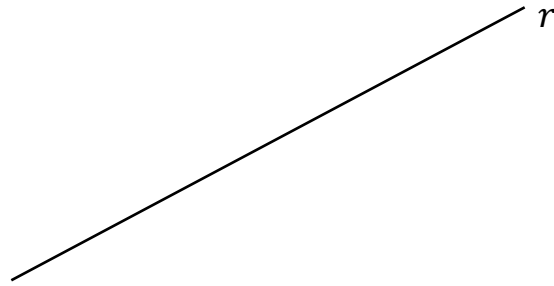
$r$

Reta  $r$ : vertical

**Exemplo:** A imagem apresenta uma torre de telecomunicações que se eleva em direção ao céu, servindo como um excelente exemplo de reta vertical.



**Reta Inclinada (Oblíqua):** Forma um ângulo qualquer com o solo, sem ser exatamente horizontal nem vertical.



Reta  $r$ : inclinada

**Exemplo:** A imagem apresenta a **Torre de Pisa**, um dos monumentos mais icônicos da Itália. Sua inclinação característica a torna um exemplo claro de reta oblíqua, pois a torre não está perpendicular ao solo, mas sim inclinada em relação a ele. Originalmente projetada para ser uma torre vertical, sua fundação instável sobre um solo argiloso fez com que começasse a inclinar-se ainda durante sua construção, no século XII.



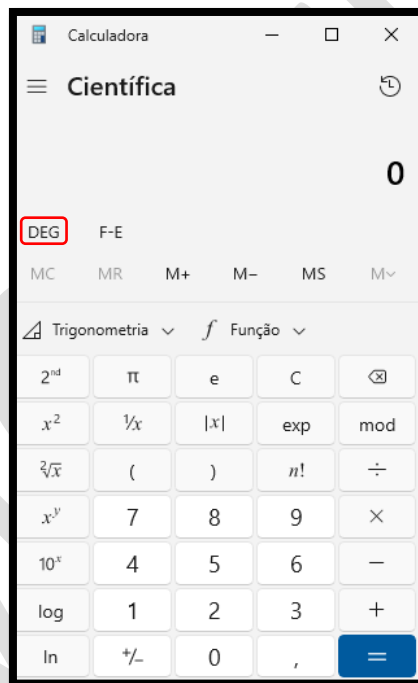
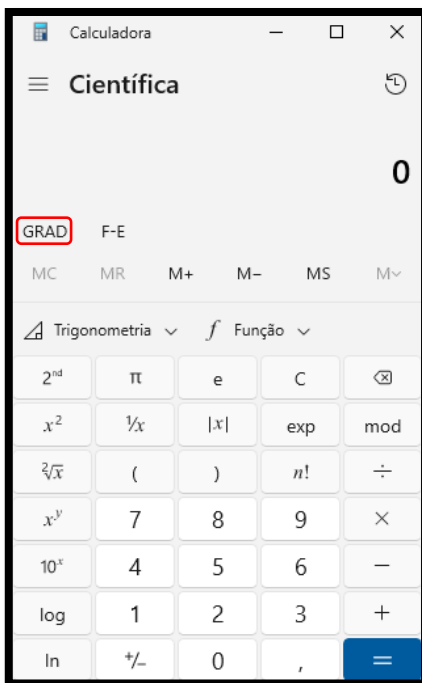
## Exercícios complementares

01. Um ângulo de uma volta possui quantos graus? \_\_\_\_\_

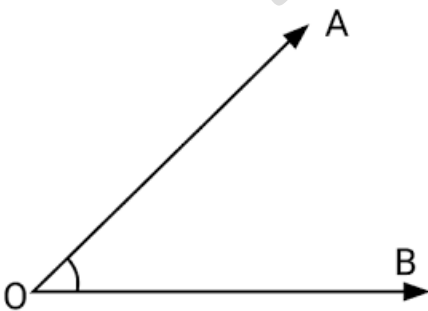
02. Complete corretamente:

\_\_\_\_\_ grados = 90 graus.

03. Para cada imagem abaixo, escreva se a calculadora está trabalhando com medidas em graus, radianos ou grados:



04. Determine os lados e o vértice do ângulo abaixo:

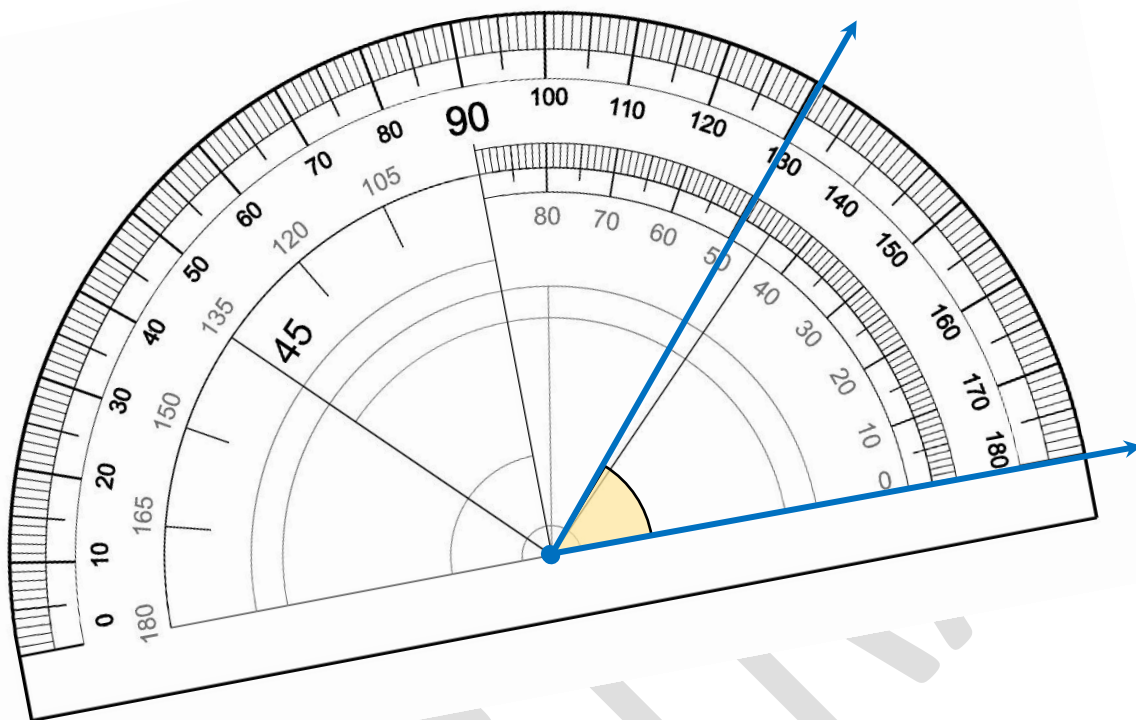


Lados: \_\_\_\_\_

Vértice: \_\_\_\_\_

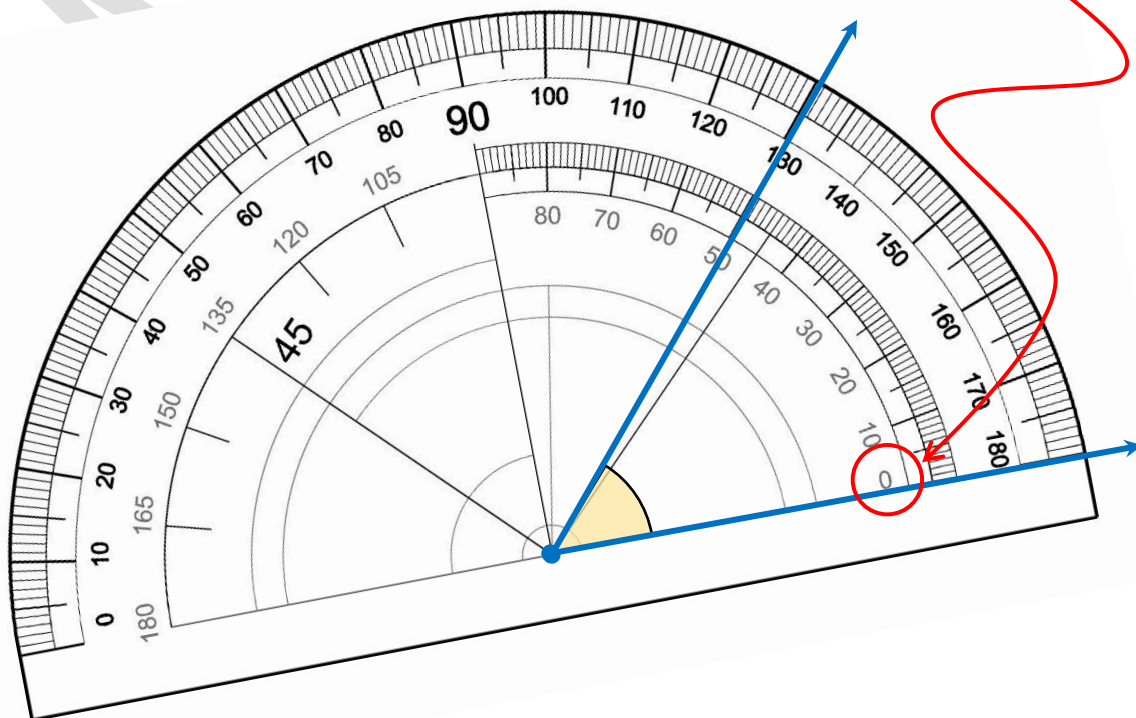


2) Alinhe a linha de fé com um dos lados do ângulo (qualquer um dos dois).

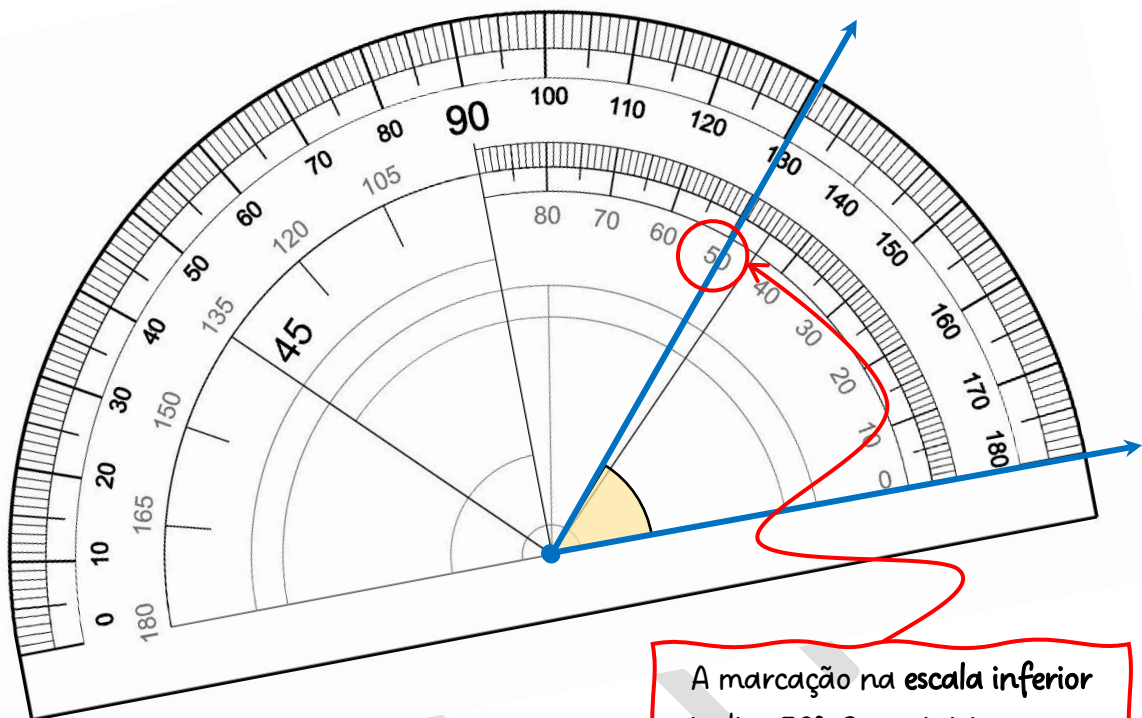


3) Verifique onde esse lado encontra a marcação de  $0^\circ$  no transferidor, pois geralmente há duas escalas disponíveis, uma para cada sentido de medida.

A medida  $0^\circ$  está na escala inferior. Portanto, são essas medidas que devemos analisar.

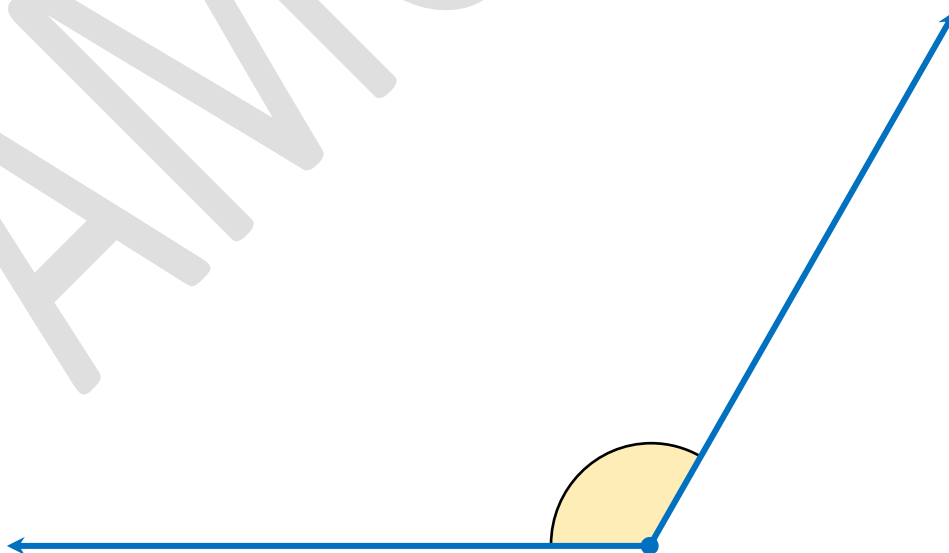


4) Observe e registre a medida alcançada pelo outro lado do ângulo.



A marcação na escala inferior indica  $50^\circ$ . Como iniciamos em  $0^\circ$ , a medida do ângulo é  $50^\circ$ .

**Exemplo:** Vamos medir o ângulo abaixo.



Se considerarmos a Terra como 1 inteiro e a repartirmos em 10 partes iguais, teremos que 7 dessas partes são ocupadas por água.



7 partes de 10 são formadas por água.  
3 partes de 10 são formadas por terra.

Mamma  
mia!

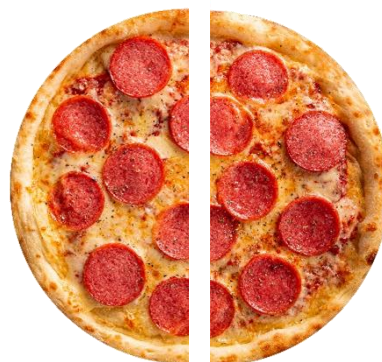
No entanto, a melhor forma de entender frações é com pizza!



Observe:

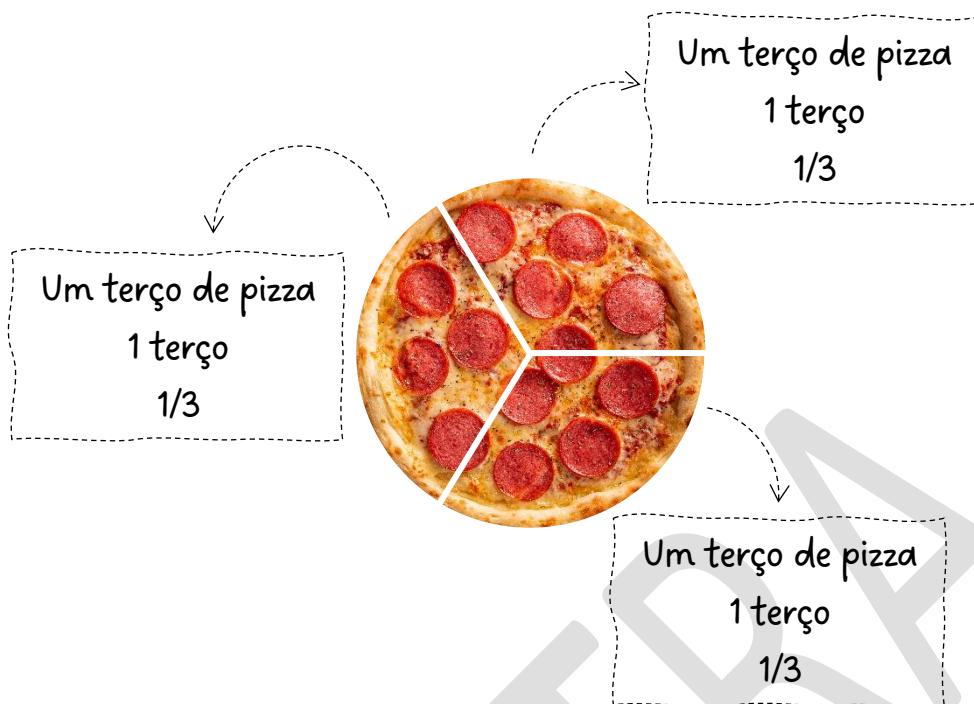


Uma pizza  
1 inteiro  
1



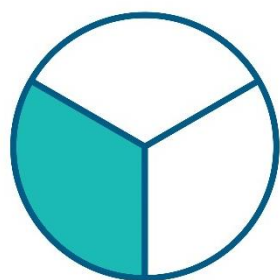
Meia pizza  
1 metade  
 $\frac{1}{2}$

Meia pizza  
1 metade  
 $\frac{1}{2}$



Ao dividir a pizza em duas ou três partes, para que cada porção corresponda exatamente a uma metade ou a um terço, é essencial que todos os pedaços **tenham o mesmo tamanho**. Assim, definimos:

Uma fração é uma parte de um todo que foi dividido em partes iguais.



$$\frac{1}{3}$$

Numerador

Denominador

O **denominador** representa o total de **partes iguais** em que o inteiro foi dividido.

O numerador indica quantas dessas partes estão sendo consideradas.

**Observação:** Podemos representar uma fração na vertical, diagonal ou horizontal.

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

Uma fração cujo numerador é maior ou igual ao denominador é chamada de fração imprópria.



Uma fração imprópria cujo numerador é múltiplo do denominador é chamada de fração aparente.



Observação:

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

é diferente de

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |



Por quê? Reflita.

## Dicas:

1) Para encontrarmos divisores comuns mais facilmente, precisamos estar afiados nos cálculos mentais e nos critérios de divisibilidade.

2) Quando os números fugirem da tabuada, atente-se em alguns múltiplos que costumam aparecer com frequência e que são mais difíceis de aplicar critérios:

– de 7 → 77, 84, 91, 98

– de 11 → 110, 121, 132, 143, 154.

– de 13 → 52, 65, 78, 91, 104, 117.

3) Sempre que tiver dúvida se os números são primos entre si, faça o cálculo do máximo divisor comum pelo método da fatoração simultânea.

4) Para numerador e denominador múltiplos de 10, podemos simplesmente, ao simplificar por 10, fazer o cancelamento dos zeros.

$$\frac{\cancel{6}0}{\cancel{7}0} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{\cancel{8}0}{\cancel{12}0} = \frac{8 \div 4}{12 \div 4} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{\cancel{7}00}{\cancel{12}00} = \frac{7}{12}$$

$$\frac{\cancel{9}0}{\cancel{80}0} = \frac{9}{80}$$



“Vinde a mim, todos os que estais cansados e oprimidos, e eu vos aliviarei. Tomai sobre vós o meu jugo, e aprendei de mim, que sou manso e humilde de coração; e encontrareis descanso para as vossas almas. Porque o meu jugo é suave, e o meu fardo é leve.”

(Mateus 11, 28-30)

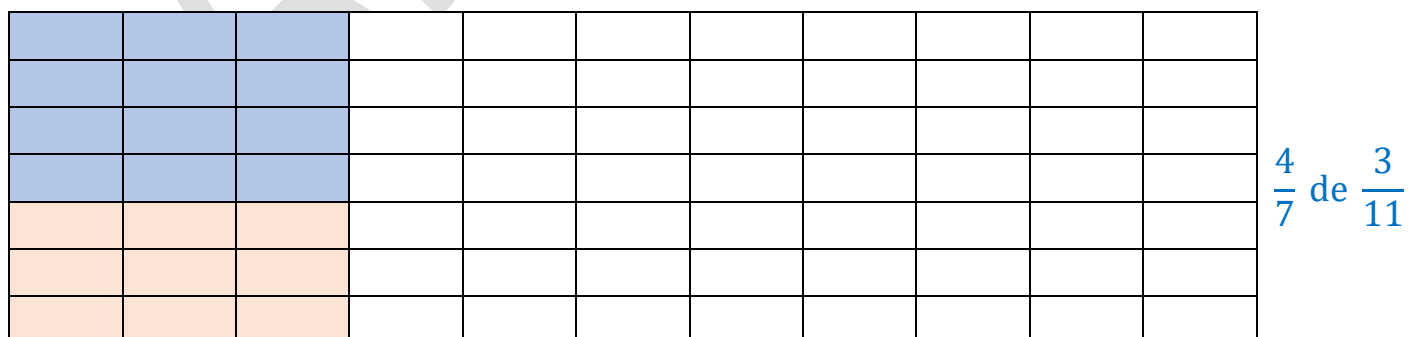
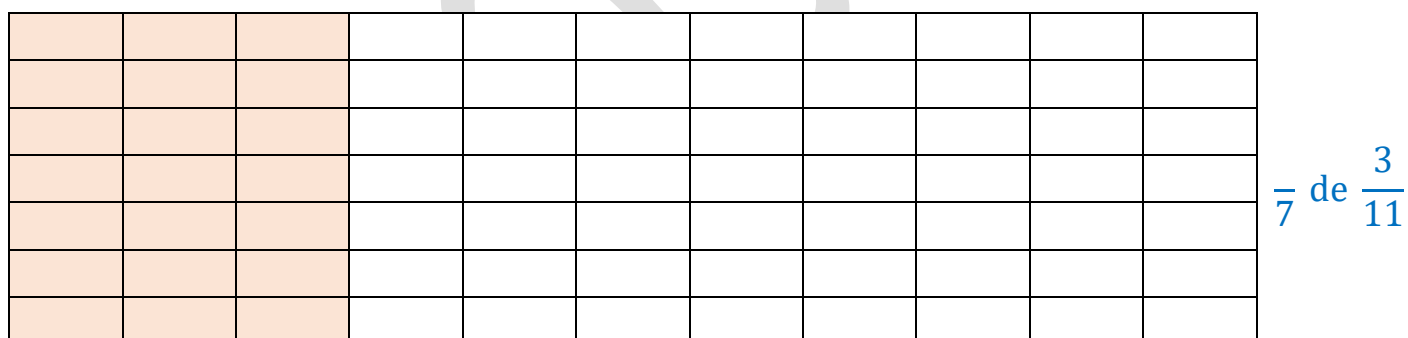
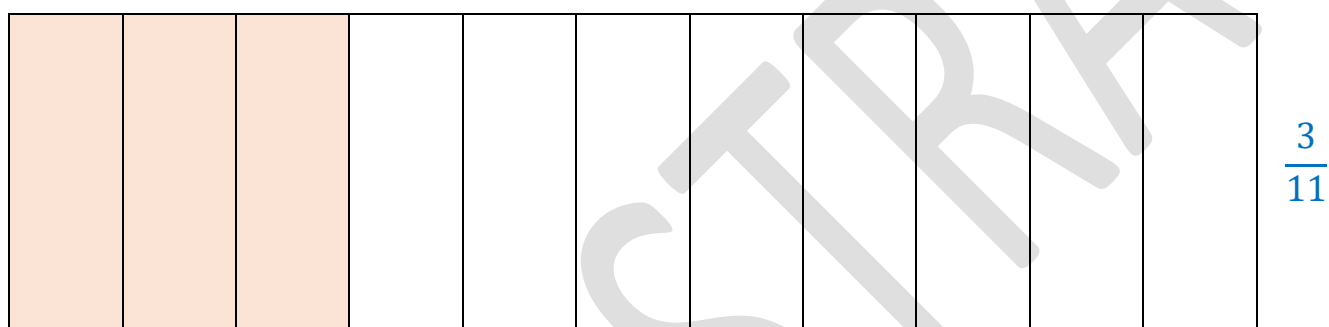
**Exemplos:**

a) Quanto é  $\frac{4}{7}$  de  $\frac{3}{11}$ ?

**Solução:**

$$\frac{4}{7} \text{ de } \frac{3}{11} = \frac{4}{7} \times \frac{3}{11} = \frac{4 \times 3}{7 \times 11} = \frac{12}{77}$$

Graficamente:



A fração do todo representada pela parte azul é  $\frac{12}{77}$ .

Imagine que Joãozinho foi à padaria comprar 5 pães para o café da manhã. Ao chegar lá, o padeiro, um senhor muito esperto, disse:

— Joãozinho, hoje temos uma promoção especial! Em vez de vender os pães inteiros, estou vendendo apenas metades!

Joãozinho, meio confuso, pergunta:

— Mas, se eu quero 5 pães inteiros e você só vende metades... quantas metades eu preciso?

O padeiro sorri e responde:

— Ora, Joãozinho, se cada pão tem 2 metades, para ter 5 pães inteiros, você precisa de...

Joãozinho arregala os olhos e grita:

— **DEZ METADES?!** Eu só queria 5 pães, mas agora parece que tenho o dobro!



**Moral da história:** saiba matemática para ter certeza de que o padeiro não está lhe enganando! 😊



➤ Faça uma ilustração da pergunta do padeiro: “Ora, Joãozinho, se cada pão tem 2 metades, para ter 5 pães inteiros, você precisa de...” juntamente com a resposta de Joãozinho: “**DEZ METADES?!**” para confirmar se a resposta está correta. Em seguida, reflita: O que isso revela sobre a divisão  $5 \div \frac{1}{2}$  ?

A large, empty rectangular box with a wavy top edge, intended for the student to draw an illustration of the baker's question and Joãozinho's answer.Three horizontal lines provided for the student to write their reflection on the division problem.